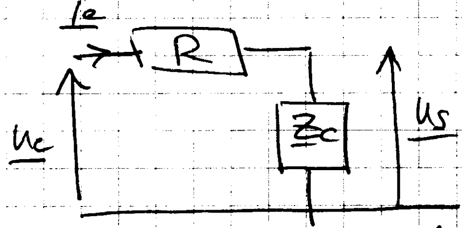
Corrigé de l'épreuve Physique I 2008 – Partie B

I.

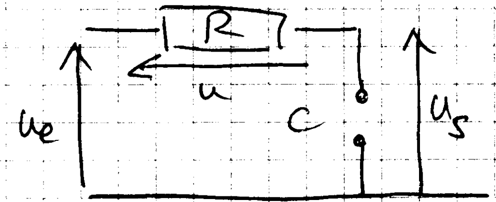


avec $\underline{Z_c} = \dfrac{1}{jC\omega}$

1°) <u>Limite très basses fréquences</u> : $\omega \to 0$

le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert

→ circuit équivalent :



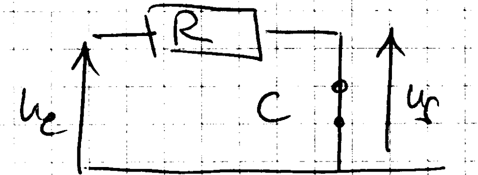
donc $i_e \simeq 0 \to u \simeq 0$ et $u_e \simeq u_s$

$$\to \underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} \simeq 1$$

<u>Limite très hautes fréquences</u> : $\omega \to +\infty$

le condensateur se comporte comme un court-circuit

→ circuit équivalent



donc $u_s \simeq 0$ et $\underline{H \simeq 0}$

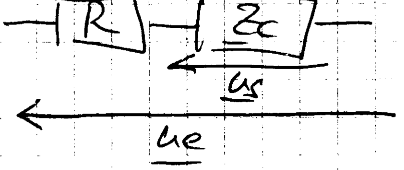
<u>Concl</u> : ce filtre laisse passer les basses fréquences et coupe les hautes fréquences

→ <u>c'est un filtre passe-bas</u>

2°) $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ or $\left.\begin{aligned} \underline{u_s} &= \underline{Z_c}\,\underline{i_e} \\ \underline{u_e} &= (R+\underline{Z_c})\,\underline{i_e} \end{aligned}\right\}$ $\boxed{\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{Z_c}}{R+\underline{Z_c}} = \dfrac{1}{1+jRC\omega}}$

$$= \frac{1-jRC\omega}{1+R^2C^2\omega^2}$$

[Rq : on aurait pu utiliser la formule du diviseur de tension



$$\underline{u_s} = \frac{\underline{Z_c}}{R+\underline{Z_c}}\,\underline{u_e}$$

Rq : c'est un filtre du 1er ordre ($\underline{H}$ fait intervenir termes en ω d'ordre au + 1)]

3.1) $\boxed{G(\omega) = |H(j\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}}$

3.2) En notation complexe $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \dfrac{U_{sm}\, e^{j(\omega t+\varphi)}}{U_{em}\, e^{j\omega t}} = \dfrac{U_{sm}}{U_{em}}\, e^{j\varphi}$

$\rightarrow \varphi(\omega) = \mathrm{Arg}\left(\underline{H}(j\omega)\right)$

soit $\tan\varphi(\omega) = -RC\omega$ avec $\cos\varphi \geq 0$ et $\sin\varphi \leq 0 \rightarrow \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$

soit $\boxed{\begin{array}{l}\varphi(\omega) = -\mathrm{Arctan}(RC\omega) \\ \varphi \in [-\pi/2, 0]\end{array}}$

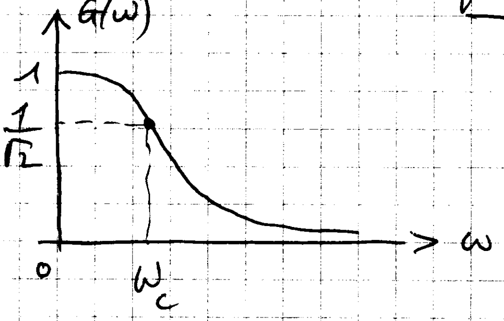
3.3) $G(\omega_c) = \dfrac{G_{max}}{\sqrt{2}}$ or $G_{max} = G(0) = 1$ ($G(\omega)$ fct $\downarrow$)

$\rightarrow G(\omega_c) = \dfrac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega_c^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \iff 1+R^2C^2\omega_c^2 = 2 \iff \boxed{\omega_c = \dfrac{1}{RC}}$

4°) • $\underline{G(\omega)}$: fct $\downarrow$ de ω

$G(\omega) \xrightarrow[\omega\to 0]{} 1 = G_{max}$

$G(\omega) \xrightarrow[\omega\to+\infty]{} 0$.

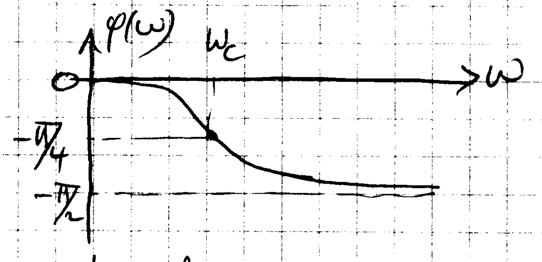


• $\underline{\varphi(\omega)}$: fct $\downarrow$ de ω

$\varphi(\omega) \xrightarrow[\omega\to 0]{} 0$

$\varphi(\omega) \xrightarrow[\omega\to+\infty]{} -\pi/2$

$\varphi(\omega_c) = -\mathrm{Arctan}\,1 = -\frac{\pi}{4}$



$\rightarrow$ On retrouve bien les caractéristiques d'un filtre passe-bas : passant pour $\omega \ll \omega_c$ et bloquant pr $\omega \gg \omega_c$

[Rq : en général on trace plutôt le gain en décibel $G_{dB}(\omega) = 20\log|\underline{H}(j\omega)|$ (on vous le donnera ; ici log en base 10 ($\log 10 = 1$)) sur une échelle logarithmique : $G_{dB}(\omega) = 20\log\dfrac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}} = -10\log\left(1+\dfrac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)$

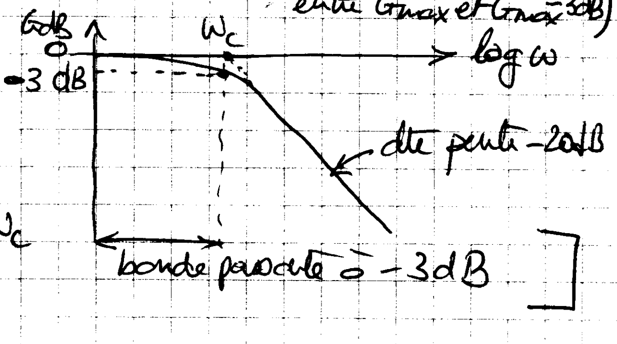
$\rightarrow G_{dB}(\omega_c) = -10\log 2 \simeq -3\,\mathrm{dB}$ (ω_c est aussi appelée la ~~fréquence~~ pulsation de coupure à -3 dB laissant passer les ω entre G_{max} et $G_{max}-3$ dB)

$\rightarrow$ on trace $G_{dB}(\omega)$ en fct de $\log\omega$:

$G_{dB}(\omega) \simeq 0$ pr $\omega \ll \omega_c$

$\simeq -20\log\dfrac{\omega}{\omega_c}$ pr $\omega \gg \omega_c$

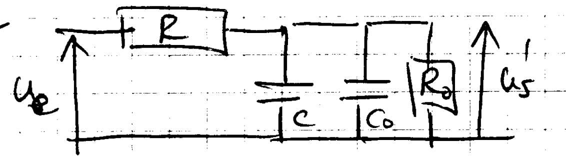
$\hookrightarrow$ dte de pente -20 dB passant par 0 en $\omega = \omega_c$



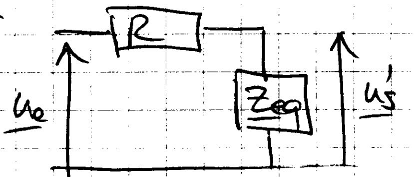
]

5°) $\underline{AN}$: $\underline{\omega_c} = \dfrac{1}{RC} = \dfrac{1}{10^4\, 10^{-8}} = \underline{10^4\,\mathrm{rad.s^{-1}}}$

II



équivalent à



avec $\dfrac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \dfrac{1}{\underline{Z}_C} + \dfrac{1}{\underline{Z}_{C_0}} + \dfrac{1}{R_0} = j(C+C_0)\omega + \dfrac{1}{R_0}$

1°) $\underline{H}'(j\omega) = \dfrac{u_s'}{u_e} = \dfrac{\underline{Z}_{eq}}{R+\underline{Z}_{eq}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{R}{\underline{Z}_{eq}}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{R}{R_0}+jR(C+C_0)\omega} = \dfrac{R_0/R+R_0}{1+j\,RR_0\dfrac{C+C_0}{R+R_0}\,\omega}$

$= \dfrac{A}{1+jB\omega}$ avec $\boxed{A = \dfrac{R_0}{R+R_0}}$ et $\boxed{B = RR_0\dfrac{C+C_0}{R+R_0}}$

→ on a donc tjs un filtre passe-bas du 1^{er} ordre.

2°) $\boxed{G'(\omega) = |\underline{H}'(j\omega)| = \dfrac{|A|}{|1+jB\omega|} = \dfrac{A}{\sqrt{1+B^2\omega^2}} = \dfrac{R_0}{\sqrt{(R+R_0)^2+R^2R_0^2(C+C_0)^2\omega^2}}}$

3°) $G'(\omega_c') = \dfrac{G'_{max}}{\sqrt{2}}$ avec $G'_{max} = G'(0) = A$

$\rightarrow G'(\omega_c') = \dfrac{A}{\sqrt{1+B^2\omega_c'^2}} = \dfrac{A}{\sqrt{2}} \iff 1+B^2\omega_c'^2 = 2 \iff \boxed{\omega_c' = \dfrac{1}{B} = \dfrac{1}{RR_0}\dfrac{R+R_0}{C+C_0}}$

4°) AN $\omega_c' = \dfrac{1}{10^4\,5\,10^6}\,\dfrac{10^4+5\,10^6}{10^{-8}+5\,10^{-11}} = \dfrac{1}{5\,10^{10}}\,\dfrac{10^4(1+5\,10^2)}{10^{-11}(5+10^3)} = \dfrac{5010}{5025}\,10^4 \simeq 0{,}997\,10^4\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$

5°) On a $\omega_c' \simeq 0{,}997\,\omega_c \simeq \omega_c$

[on aurait pu le retrouver rapidement car $R_0 \gg R$, $C \gg C_0$ $\rightarrow \omega_c' \simeq \dfrac{1}{RR_0}\dfrac{R_0}{C} \simeq \dfrac{1}{RC} \simeq \omega_c$]

⇒ fréquence de coupure pratiquement inchangée

⇒ l'oscilloscope ne modifie pas les caractéristiques du filtre passe-bas

(mais il perturbe la mesure car $G'(\omega) \neq G(\omega)$; en part. $G(0)=1$, $G'(0) = A = \dfrac{R_0}{R+R_0}$)