

Les calculatrices sont autorisées

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est interdit.

De très nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte du sujet.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Étude de quelques montages électroniques

Partie A

Intérêt d'une résistance négative

De nombreux dipôles électrocinétiques sont résistifs. Ils peuvent être rendus non résistifs par adjonction, en série, d'une résistance « négative » choisie pour obtenir une résistance totale nulle.

I. Charge d'un condensateur

Soit le montage de la figure A.1, dans lequel un résistor de résistance R et un condensateur de capacité C sont associés en série. Ce circuit « R, C » peut être relié à un générateur de tension constante, de f.é.m. (force électromotrice) E , selon les modalités suivantes :

- $t < 0$: interrupteur K en position (1) afin de décharger totalement le condensateur ;
- $t \geq 0$: interrupteur en position (2) afin de charger progressivement le condensateur.

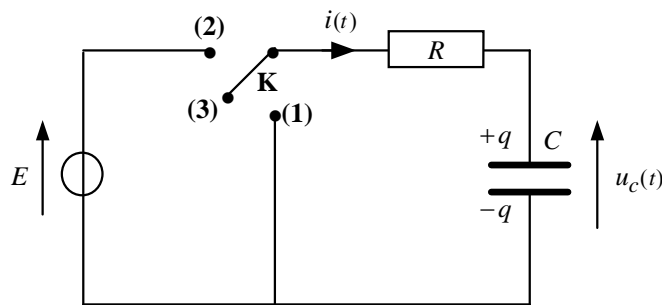


Figure A.1

Il est rappelé que la tension $u_c(t)$ entre les bornes du condensateur est reliée à la charge $q(t)$ de ce dernier par l'égalité $q(t) = C u_c(t)$. Les données de l'énoncé sont R , C et E .

1. Par application de la loi de maille, établir, pour $t \geq 0$, l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$.
2. Rappeler l'expression, en fonction des données de l'énoncé, de la constante de temps τ du circuit.
3. Déterminer la fonction $u_c(t)$ au cours de la charge du condensateur.
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de cette fonction $u_c(t)$.

II. Décharge du condensateur à travers une bobine idéale

Au bout d'un temps de charge très long du condensateur (§ A.I.), donc en régime établi, l'interrupteur K est déplacé en position (3). Le second interrupteur K' , initialement en position (1'), est alors basculé en position (2') à un instant pris comme instant origine $t = 0$: le condensateur chargé est donc relié à une bobine supposée idéale d'inductance pure L (figure A.2).

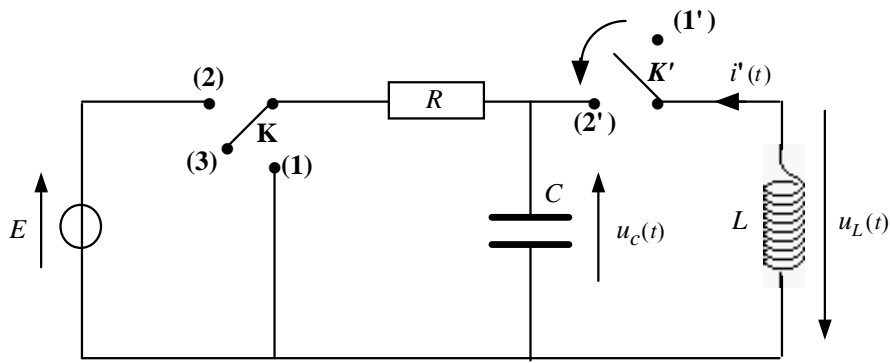


Figure A.2

Les données de l'énoncé sont L , C et E . Il est rappelé que la tension aux bornes de la bobine, parcourue par le courant $i'(t)$, s'écrit $u_L(t) = L \frac{di'(t)}{dt}$.

1. Exprimer, en fonction de certaines données de l'énoncé, la charge initiale q_0 du condensateur au moment de la fermeture de l'interrupteur \mathbf{K}' .
2. Par application de la loi de maille du circuit, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.
3. Déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$, formule dans laquelle les constantes d'intégration qui apparaissent seront toutes exprimées en fonction des données de l'énoncé.

III. Oscillations réelles

En réalité, la courbe représentative de la tension $u_c(t)$ est pseudo-périodique (figure A.3). L'amortissement constaté est dû à la présence d'une résistance dans la maille « L , C » : la bobine qui était supposée idéale est en fait résistive, de résistance r .

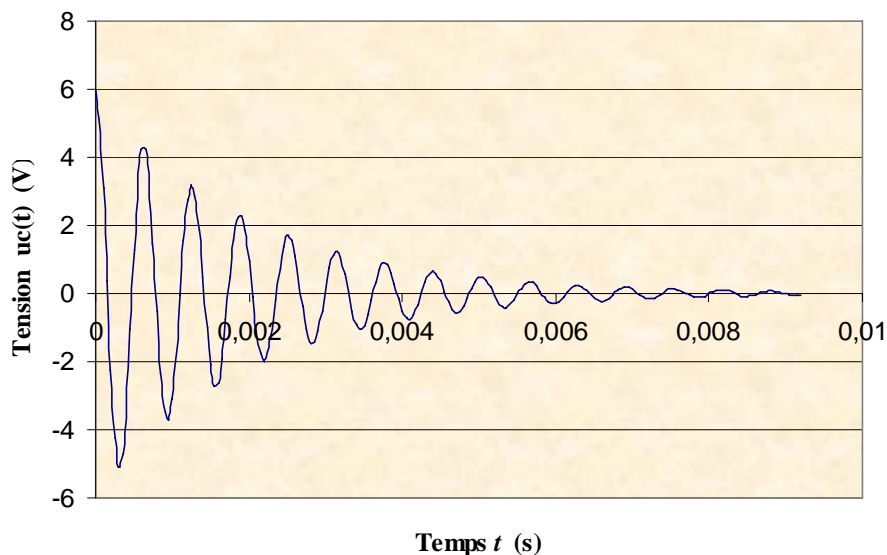


Figure A.3

Les données de l'énoncé sont r , L , C et E .

1. Quel appareil pourrait permettre de visualiser et d'étudier la tension $u_c(t)$?
2. La maille à considérer comporte désormais un condensateur de capacité C , initialement chargé ($q_{(t=0)} = q_0$), qui se décharge à partir du temps $t = 0$ (fermeture de l'interrupteur \mathbf{K}') dans le groupement série « r, L ». Montrer que l'équation de maille du circuit « r, L, C » série permet d'établir une équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$.
3. Déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$, formule dans laquelle les constantes d'intégration qui apparaissent seront toutes exprimées en fonction des données de l'énoncé.
4. *Application numérique* : $L = 1,00 \times 10^{-2}$ H ; $C = 1,00 \times 10^{-6}$ F ; $E = 6,00$ V.
 - a) Quelle aurait été la valeur numérique de la pulsation propre ω_0 du circuit dans l'hypothèse d'une bobine non résistive ($r = 0$), donc en l'absence d'amortissement.
 - b) Une mesure de la pseudo-période donne $T = 6,30 \times 10^{-4}$ s. Calculer la pseudo-pulsation Ω et en déduire la valeur numérique de la résistance r de la bobine.
5. Quelle aurait été l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_c(t)$ avec une résistance r très élevée ?

IV. Comment rendre la bobine non résistive ?

L'amplificateur opérationnel (AO) du montage de la figure A.4, représenté ci-dessous, est supposé idéal, en fonctionnement linéaire.

Il s'agit de montrer que le dipôle **AB**, soumis à la tension u_e et parcouru par le courant d'entrée i_e , se comporte comme un résistor de résistance « négative » : $u_e = -R_O i_e$ (avec $R_O > 0$).

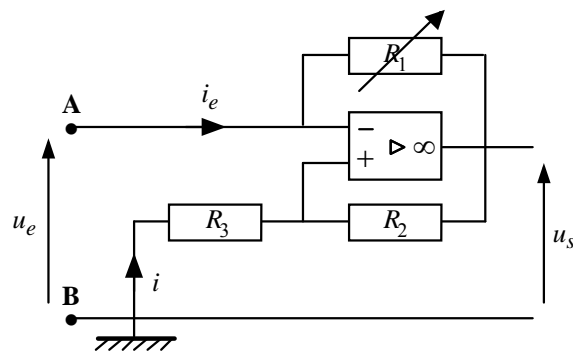


Figure A.4

1. Établir une première relation entre u_s , u_e , i_e et les résistances mentionnées sur la figure A.4.
2. Exprimer le rapport des tensions $\frac{u_s}{u_e}$ en fonction de ces résistances.
3. En déduire que la tension u_e peut se mettre sous la forme $u_e = -R_O i_e$ et exprimer R_O en fonction des différentes résistances.
4. Les résistances R_2 et R_3 sont égales. R_1 est une résistance variable. Comment assembler les montages représentés sur les figures A.2 et A.4 (proposer un schéma) et quelle valeur donner à R_1 pour obtenir des oscillations non amorties, c'est-à-dire pour rendre la maille « L, C » non résistive ?

Partie B

Obtention d'un filtre ADSL

Les lignes téléphoniques acheminent les signaux téléphoniques traditionnels (fréquences f comprises entre 0 et 5,0 kHz) qui permettent les échanges de conversation et les signaux informatiques « Internet » (fréquences f comprises entre 25 kHz et 2,5 MHz) (figure **B.1**). Le but de cette partie est d'étudier un filtre qui permet de « récupérer » un seul type de signaux.

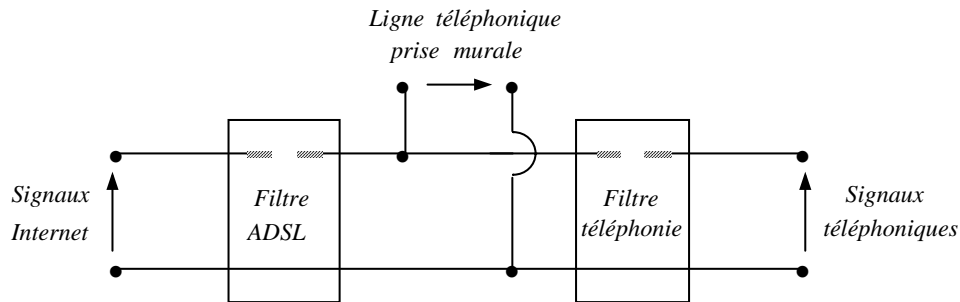


Figure **B.1**

Tous les signaux (tension et intensité) considérés dans cet exercice sont supposés alternatifs sinusoïdaux : les grandeurs complexes associées sont soulignées (avec $j^2 = -1$).

I. Questions préliminaires

Le montage de la figure **B.2**, alimenté par une tension u et parcouru par un courant i , est constitué de deux impédances Z_1 et Z_2 associées en série.

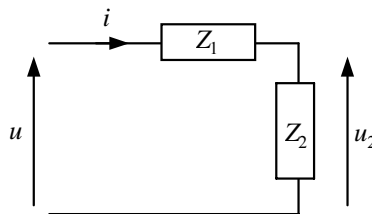


Figure **B.2**

1. Exprimer (démonstration non exigée) la tension complexe \underline{u}_2 en fonction des grandeurs complexes \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 et \underline{u} .
2. Comment se nomme un tel montage ?

II. Les deux types de filtres

Quatre grands types de filtres sont disponibles : filtres passe-bas, passe-haut, coupe-bande et passe-bande.

1. Préciser, sans calcul, le type de filtre à utiliser pour ne « récupérer » que les signaux informatiques.
2. Même question pour les signaux « téléphoniques » (destinés à la conversation).
3. Donner, sans démonstration, un ordre de grandeur de la fréquence de coupure f_c nécessaire.

III. Étude d'un filtre

Soit le filtre suivant, constitué de deux résistors identiques de résistance R et de deux bobines idéales identiques d'inductance L . La tension d'alimentation et la tension de sortie de ce quadripôle s'écrivent respectivement : $u_e = U_{e,m} \cos \omega t$ et $u_s = U_{s,m} \cos (\omega t + \varphi)$ (figure B.3).

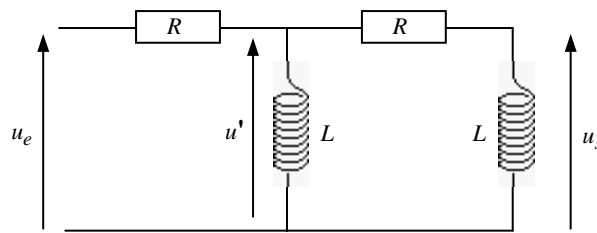


Figure B.3

1. En dessinant un schéma équivalent en basse fréquence ($f \rightarrow 0$), puis en haute fréquence ($f \rightarrow +\infty$), déterminer, sans calcul, la nature (ou le type) de ce filtre. En déduire la nature des signaux que ce quadripôle laisse « passer ».

La réponse proposée à la question § B.I.1. peut être utilisée pour résoudre la question suivante (§ B.III.2.).

2. Exprimer, d'une part, la tension de sortie complexe \underline{u}_s en fonction des grandeurs \underline{u}' , R et \underline{Z}_L (impédance complexe de la bobine), puis, d'autre part, la tension complexe \underline{u}' en fonction des grandeurs R , \underline{u}_e et \underline{Z}_L .
3. Il est rappelé que l'impédance complexe de la bobine s'écrit $\underline{Z}_L = jL\omega$. Écrire la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ de ce filtre sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{A}{B + jC}$, avec A , B et C constantes réelles, puis sous la forme $\underline{H}(jx) = \frac{-x^2}{1 - x^2 + 3jx}$, avec x pulsation réduite : $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.
4. En déduire l'expression de ω_0 en fonction de R et L et la valeur numérique du gain maximal G_{max} .
5. Donner les expressions, voire les valeurs numériques approchées le cas échéant, du gain, en décibels, $G_{dB} = 20 \log |\underline{H}(jx)|$ pour $x \rightarrow 0$, $x = 1$ et $x \rightarrow +\infty$. Rassembler ces résultats dans le tableau ci-dessous (tableau à recopier) :

Valeurs de x	$x \rightarrow 0$	$x = 1$	$x \rightarrow +\infty$
G_{dB} (décibels)			

6. En déduire le diagramme de Bode asymptotique $G_{dB} = f(\log x)$ de ce filtre. Esquisser, sur ce graphe, l'allure de la courbe réelle correspondante.
7. Application numérique : $L = 1,40 \times 10^{-3}$ H ; $f_c = 1,50 \times 10^4$ Hz.
La valeur numérique de la pulsation réduite de coupure est établie par le calcul : $x_c = 2,67$.
Calculer la résistance R des résistors à utiliser pour fabriquer le filtre.

Fin de l'énoncé