Concours L2-Deug 2012

Physique I : partie B

Partie B

Barreau de combustible nucléaire

Le combustible nucléaire « MOX » (abréviation de « Mélange d'OXydes »), matériau radioactif fabriqué à partir de plutonium et d'uranium appauvri, contient du dioxyde d'uranium (UO_2) et du dioxyde de plutonium (PuO_2). Ce combustible est conditionné en pastilles empilées dans des tubes métalliques en alliage de zirconium. Ces tubes d'environ 4 mètres de longueur sont aussi appelés gaines. L'ensemble pastilles-gaine constitue un « crayon ». Des assemblages de crayons sont ensuite plongés au cœur du réacteur nucléaire, pour y fournir de l'énergie en entretenant la réaction en chaîne de fission.

Il s'agit, dans cette partie, de modéliser la diffusion thermique et de proposer une loi de répartition des températures à l'intérieur de l'un de ces crayons.

L'espace est rapporté, en coordonnées cylindro-polaires, à un repère de base orthonormée $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. Le barreau de combustible nucléaire MOX se présente sous la forme d'un cylindre plein, d'axe $z'z$, de rayon R et de longueur imaginée <u>infinie</u>. Le matériau radioactif est supposé homogène et de conductivité thermique λ uniforme et constante. Le phénomène de réaction nucléaire s'accompagne d'une puissance volumique uniformément dégagée p (unité : W m^{-3}) au sein du combustible. En régime permanent, la surface périphérique (ensemble des points tels que $r = R$) du MOX, au contact de la gaine métallique de zirconium, excellent conducteur thermique, présente une température constante et uniforme $T_{(r = R)} = T_o$ (figure **B.1**).

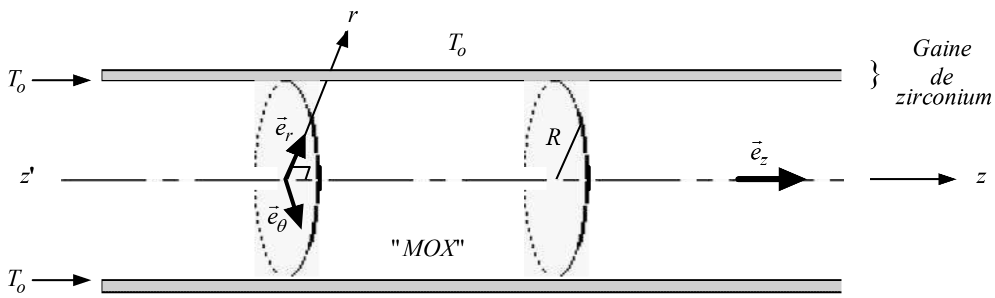

Figure **B.1**

Tournez la page S.V.P.

Rappels de quelques outils utiles

Le tableau ci-dessous propose quelques calculs de volumes et surfaces concernant un cylindre de rayon r et de hauteur (ou longueur) L (figure **B.2**) :

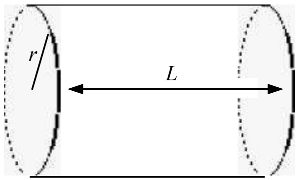

Figure **B.2**

Surface de base du cylindre	Surface latérale du cylindre	Volume du cylindre
$S_b(r) = \pi r^2$	$S_{lat}(r) = 2\ \pi r L$	$V(r) = \pi r^2 L$

Soit $\Phi_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \overrightarrow{dS}$, le flux thermique (ou puissance) qui traverse une surface d'aire S. Le vecteur associé à ce flux est le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_{th}$, lié à la température T par la loi de Fourier : $\vec{j}_{th}(M,t) = -\lambda\ \overrightarrow{\text{grad}}\ T(M,t)$.

En régime stationnaire et dans le cadre d'une diffusion thermique unidimensionnelle (phénomène de transport ne dépendant que d'une seule dimension ou d'une seule variable), la loi de Fourier peut s'écrire sous deux formes, **(1)** et **(2)**, suivant le mode de propagation :

Diffusion unidirectionnelle ou axiale (selon $\vec{e}_z$)	Diffusion radiale (direction du vecteur $\vec{e}_r$)
$\vec{j}_{th}(z) = -\lambda\ \overrightarrow{\text{grad}}\ T(z)$ **(1)**	$\vec{j}_{th}(r) = -\lambda\ \overrightarrow{\text{grad}}\ T(r)$ **(2)**

Loi de répartition des températures

Le régime de diffusion thermique est permanent et stationnaire.
Les données de l'énoncé sont : R, λ, p et T_o.

1. Préciser, sans démonstration, la direction de la diffusion de chaleur à l'intérieur du barreau de longueur considérée comme infinie. En déduire, parmi les deux formes **(1)** et **(2)** de la loi de Fourier présentées ci-dessus, celle qui permet de rendre compte du phénomène de diffusion.
2. Déterminer, en fonction de certaines données de l'énoncé, la puissance thermique linéique $\overline{P_{th}}(r)$ (ou puissance thermique par unité de longueur $L = 1$ m, longueur mesurée selon l'axe $z'z$) engendrée à l'intérieur d'une surface cylindrique, notée $S(r)$, d'axe $z'z$ et de rayon r (avec $r < R$).
3. En déduire le flux thermique linéique $\overline{\Phi_{th}}(r)$, ou flux de chaleur, traversant par unité de longueur ($L = 1$ m) la surface cylindrique définie précédemment (paragraphe **B.2**).
4. Déterminer, en fonction de p et r, l'expression vectorielle de la densité de courant thermique $\vec{j}_{th}$ en tout point de la surface $S(r)$.
5. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la température T, à l'intérieur du combustible.
6. Établir la loi de répartition T des températures à l'intérieur du matériau radioactif.
7. Localiser dans le barreau l'endroit où la température est maximale. Exprimer en fonction des données de l'énoncé cette température maximale T_{max}.
8. Tracer pour $0 \leq r \leq R$ l'allure de la courbe représentative de cette fonction T.

9. *Application numérique* : $R = 1{,}0 \times 10^{-2}$ m ; $\lambda = 3{,}0$ W m^{-1} K^{-1} ;
$p = 2{,}0 \times 10^{8}$ W m^{-3} ; $T_{(r\,=\,R)} = T_o = 600$ K.

a) Calculer la température maximale T_{max}.

b) Déterminer la valeur numérique du flux linéique de chaleur $\overline{\Phi_{th}}\,(r = R)$ (donc flux par unité de longueur) traversant la gaine de zirconium.

c) La température de fusion du MOX vaut $T_f = 2\,900$ K. Quelle est la valeur limite R_{lim} du rayon R du crayon au-delà de laquelle la fusion du combustible MOX risque d'intervenir ?

d) La valeur $R = 1{,}0 \times 10^{-2}$ m du rayon a-t-elle été bien choisie ?