Concours L2-Deug 2011

Physique I : Partie B

Corrigé

Partie B : Mesure du conductivité thermique

I. Généralités

I.1. • $\vec{j}_{th}$ = vecteur densité de courant de chaleur
= chaleur échangée / u. de surface et / u. de temps

$$\Rightarrow [j_{th}] = \frac{\text{énergie}}{\text{temps}} \times \frac{1}{\text{surface}} = \frac{\text{puissance}}{\text{surface}}$$

$\Rightarrow$ USI de j_{th} : $W.m^{-2}$

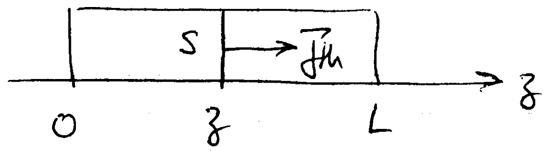
• d'après la loi de Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda\,\overrightarrow{grad}\,T$

$$\Rightarrow [\lambda] = \frac{[j_{th}]}{\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]} = \frac{[j_{th}]}{\theta L^{-1}} = \text{puissance} \times L^{-1}\theta^{-1}$$

$\Rightarrow$ USI de λ : $W.m^{-1}.K^{-1}$

I.2. On a $\phi_{th} = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$

or la conduction se fait le long de l'axe Oz



$\Rightarrow \vec{j}_{th} = j_{th}(z)\,\vec{e_z}$ et $\vec{dS} = dS\,\vec{e_z}$

soit $\boxed{\phi_{th}(z) = j_{th}(z)\,S = j_{th}(z)\,\pi r^2}$

I.3. La puissance électrique reçue par le résistor $\boxed{P_{él} = EI = \frac{E^2}{R_{él}}}$

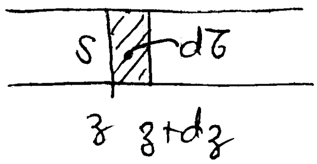
I.4. Cette puissance est dissipée par effet Joule et transmise au barreau.

$\Rightarrow P_{él} = \phi_{th}(z=0) = j_{th}(z=0)\,\pi r^2$

$\Rightarrow \boxed{j_{th}(z=0) = \frac{P_{él}}{\pi r^2} = \frac{E^2}{\pi r^2 R_{él}}}$

I.5. En régime permanent, il n'y a pas d'accumulation d'énergie

Considérons volume $d\tau = S\,dz$ du barreau



$\Rightarrow$ l'énergie reçue par $d\tau$ pendant intervalle de temps dt
= cédée

$\Rightarrow$ chaleur entrant à z pendant dt = chaleur sortant à $z+dz$ pendant dt

soit $\phi_{th}(z)\,dt = \phi_{th}(z+dz)\,dt$

$\Leftrightarrow j_{th}(z)\,S\,dt = j_{th}(z+dz)\,S\,dt$

$\Leftrightarrow j_{th}(z) = j_{th}(z+dz) \quad \forall z \in [0, L]$

$\Leftrightarrow j_{th}(z) =$ cste dans le barreau

or d'après la loi de Fourier : $j_{th}(z) = -\lambda \frac{dT}{dz}$

$\Rightarrow \frac{dT}{dz} =$ cste $= a \Rightarrow \boxed{T(z) = az + b}$ dans le barreau $(0 \leq z \leq L)$

I.6. D'après ce qui précède, on a dans le barreau :

$$\boxed{\vec{j}_{th}(z) = \vec{cste} = \vec{j}_{th}(0) = \frac{E^2}{\pi r^2 R_{él}}\,\vec{e_z}}$$

et
$$\boxed{\vec{grad}\,T = -\frac{1}{\lambda}\vec{j}_{th} = -\frac{E^2}{\lambda \pi r^2 R_{él}}\,\vec{e_z}}$$

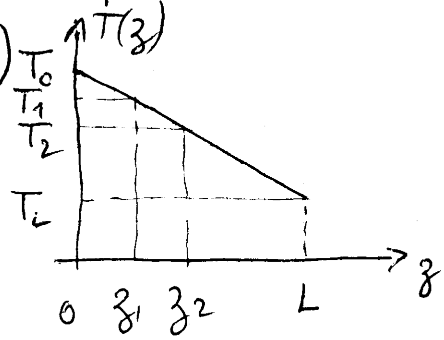
bien cste ds le barreau

II Mesures de la conductivité thermique

II.1.a) Comme $\vec{grad}\,T = \vec{cste} \Rightarrow \vec{grad}\,T = \frac{dT}{dz}\vec{e_z} = \frac{\Delta T}{\Delta z}\vec{e_z}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{grad}\,T = \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1}\,\vec{e_z}}$$

II.1.b)



II.2.a) En égalant les 2 expressions du grad T : $\boxed{\lambda = \frac{-E^2}{\pi r^2 R_{él}}\,\frac{z_2 - z_1}{T_2 - T_1}}$

AN : $\underline{\underline{\lambda}} = -\frac{6^2\,(0,2-0,1)}{\pi \times 10^{-4} \times 10 \times (320-330)} = \frac{36}{\pi}\,\frac{10^{-1}}{10^{-4} \times 10^{2}} = \frac{360}{\pi} \simeq \underline{\underline{114,6\ W.m^{-1}.K^{-1}}}$

II.2.b) $\frac{dT}{dz} = \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1} \Rightarrow \boxed{T(z) = T_0 + \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1}\,z}$

or $T_1 = T(z_1) = T_0 + \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1}\,z_1 \Leftrightarrow \boxed{T_0 = T_1 - \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1}\,z_1}$

et $\boxed{T_L = T(L) = T_0 + \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1}\,L}$

AN : $\underline{\underline{T_0}} = 330 + \frac{10}{0,1} \times 0,1 = \underline{\underline{340\,K}}$

$\underline{\underline{T_L}} = 340 - \frac{10}{0,1} \times 0,4 = \underline{\underline{300\,K}}$

II.2.c) $\Phi_{th} = cste = \Phi_{th}(z=0) = P_{él}$ (régime permanent)

$\Rightarrow$ puissance thermique évacuée par l'eau de refroidissement en $z = L$

$$\boxed{P_{évacuée} = P_{él} = \frac{E^2}{R_{él}}} = \frac{6^2}{10} = \underline{\underline{3,6\,W}}$$

II.2.d) $R_{th} = \dfrac{T_0 - T_L}{\Phi_{th}} = \dfrac{T_0 - T_L}{P'_{el}}$

et $\boxed{\Gamma_{th} = \dfrac{R_{th}}{L} = \dfrac{T_0 - T_L}{L P'_{el}}} = \dfrac{340 - 300}{0{,}4 \times 3{,}6} = \dfrac{100}{3{,}6} \simeq \underline{\underline{27{,}8 \text{ K.W}^{-1}\text{.m}^{-1}}}$