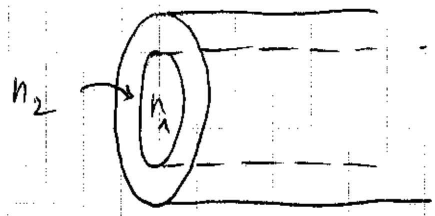
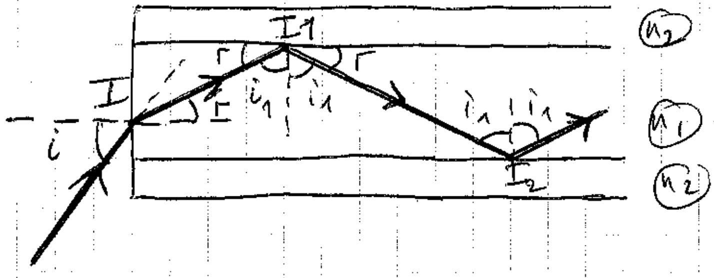
Fibre à saut d'indice





- <u>en I</u> : vers milieu + réfringent ⇒ le rayon réfracté se rapproche de la normale

- <u>en I_1, I_2 ---</u> : même angle i_1 en chaque point

- <u>on veut réflexion totale</u> en I_1, I_2, ---

  possible car le rayon va vers milieu − réfringent

  ⇒ on aura réflexion totale en I_1, I_2, ---

  si $i_1 > i_{1\ell}$ tq $\boxed{n_1 \sin i_{1\ell} = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2}$

- or $i_1 = \frac{\pi}{2} - r$

  donc $i_1 > i_{1\ell} \iff r < r_\ell$ tq $\sin\left(\frac{\pi}{2} - r_\ell\right) = \frac{n_2}{n_1}$

  $\iff \cos r_\ell = \frac{n_2}{n_1}$

- et en I : $\sin i = n_1 \sin r$

  donc $r < r_\ell \iff \boxed{i < i_\ell}$ tq $\sin i_\ell = n_1 \sin r_\ell$

  $= n_1 \sqrt{1 - \cos^2 r_\ell}$

  $= n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$

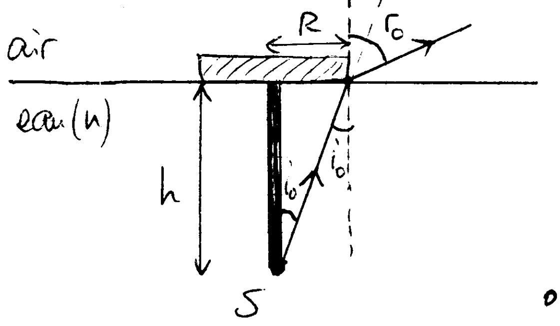
  $\boxed{= \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$

  ↳ (et i_ℓ bien un angle maximum)

  ↳ (on a bien $\sqrt{\ } > 0$)

S2-WPGE $\boxed{\text{Corrigé de l'examen d'optique géométrique}}$ Mai 2016

Ex1 : $\boxed{\text{Un clou dans l'eau}}$



1°) On s'intéresse au rayon issu de S et rasant les bords du disque en liège d'angle d'incidence i_0 :

- il va vers un milieu moins réfringent, donc il s'écarte de la normale et il y a <u>réflexion totale</u> si $i_0 > i_l$ tq $n \sin i_l = \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$$\Leftrightarrow \sin i_l = \frac{1}{n}.$$

$\Rightarrow$ <u>ce rayon émergera dans l'air si</u> $i_0 < i_l$ càd si $\boxed{\sin i_0 < \frac{1}{n}}$

(car $i_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$)

- or $\sin i_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2+h^2}}$ d'après Pythagore

$\Rightarrow$ ce rayon émergera dans l'air si : $\frac{R}{\sqrt{R^2+h^2}} < \frac{1}{n}$

$$\Leftrightarrow \boxed{h > \sqrt{n^2-1}\, R}$$

[Certains sont passés par : $\tan i_0 = \frac{R}{h} \Rightarrow i_0 = \mathrm{Arctan}\frac{R}{h}$.

$\Rightarrow$ la condition $i_0 < i_l$ devient $\mathrm{Arctan}\frac{R}{h} < \mathrm{Arcsin}\frac{1}{n}$

soit $h > \frac{R}{\tan(\mathrm{Arcsin}\frac{1}{n})}$

Il fallait simplifier !

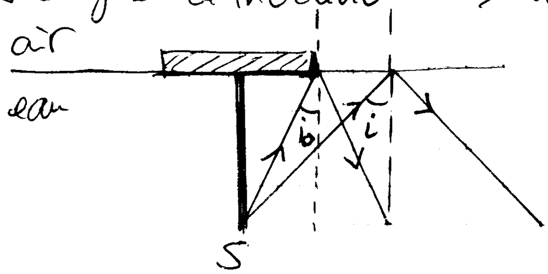
$\hookrightarrow \tan(\mathrm{Arcsin}\frac{1}{n}) = \frac{\sin(\mathrm{Arcsin}\frac{1}{n})}{\cos(\mathrm{Arcsin}\frac{1}{n})} = \frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{1-\sin^2(\mathrm{Arcsin}\frac{1}{n})}}$

$= \frac{1}{n\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$

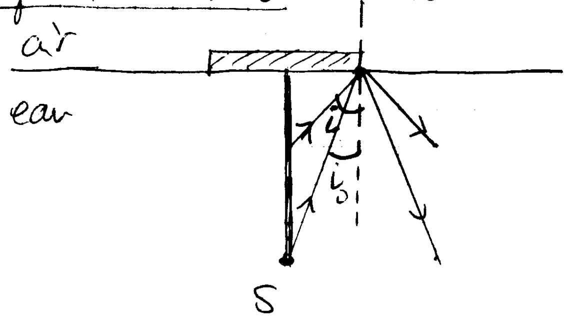
ce qui donne bien $h > \sqrt{n^2-1}\, R$]

2°) Si la condition précédente n'est pas vérifiée, le rayon issu de S de la figure subit une réflexion totale car $i_0 > i_l$

⇒ tous les rayons issus de S et frappant la surface de l'eau au-delà du bouchon subissent une réflexion totale car leurs angles d'incidence $i > i_0 > i_l$



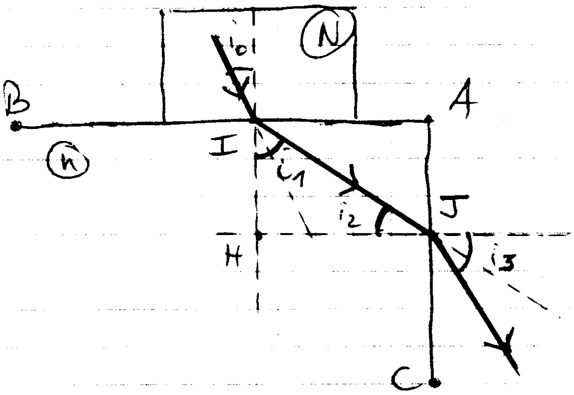
⇒ les rayons issus d'autres points du clou subissent aussi une réflexion totale car leurs angles d'incidence $i > i_0 > i_l$.



Donc si $h < \sqrt{n^2-1}\, R$, aucun rayon issu du clou n'émergera dans l'air : le clou ne sera pas visible pour un observateur dans l'air

Le réfractomètre d'Abbe

1.



$N > n$ donc :

en I : sens $n \downarrow \Rightarrow i_1 > i_0$

en J : sens $n \downarrow \Rightarrow i_3 > i_2$

2. Loi de Descartes en I : $N \sin i_0 = n \sin i_1$ (1)

en J : $n \sin i_2 = \sin i_3$ (2)

Triangle IHJ : $i_1 + i_2 + \frac{\pi}{2} = \pi \Leftrightarrow i_2 = \frac{\pi}{2} - i_1$ (3)

(3) dans (2) : $n \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) = n \cos i_1 = \sin i_3$

$$\Rightarrow \sin i_1 = \sqrt{1 - \cos^2 i_1} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_3}{n^2}}$$

Donc d'après (1) : $N \sin i_0 = n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_3}{n^2}} = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_3}$

$$\Rightarrow \boxed{N = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_3}}{\sin i_0}}$$

3. Cas $N < n$:

en I : sens $n \uparrow \Rightarrow$ il y a toujours un rayon transmis

en J : sens $n \downarrow \Rightarrow$ il y aura émergence si $i_2 \leq i_{2l}$

tq $n \sin i_{2l} = \sin \pi/2 \Leftrightarrow \sin i_{2l} = \frac{1}{n}$

or à i_{2l} correspond un couple i_{1l} et i_{0l} tq :

$$\sin i_{0l} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \pi/2}}{N} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{N}$$

et $i_{1l} = \frac{\pi}{2} - i_{2l}$

La condition d'émergence est donc :

$i_2 \leq i_{2l} \Leftrightarrow i_1 \geq i_{1l} \Leftrightarrow$ $\boxed{i_0 \geq i_{0l} \text{ avec } \sin i_{0l} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{N}}$

Rq : si $N = n$, la condition d'émergence est la même :

$i_0 \geq i_{0l}$ avec $\sin i_{0l} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$

4. Cas $N > n$

en J : même condition d'émergence qu'au 3. : $i_0 \geq i_{0l}$

en I : sens $n \downarrow$ $\Rightarrow$ il y aura émergence si $i_0 \leq i_{0L}$

tq $N \sin i_{0L} = n \sin \frac{\pi}{2} = n \Leftrightarrow \sin i_{0L} = \frac{n}{N}$

La condition d'émergence est donc :

$$\boxed{i_{0l} \leq i_0 \leq i_{0L} \quad \text{avec} \quad \sin i_{0L} = \frac{n}{N}.}$$

5. Si $i_0 = \frac{\pi}{2}$:

- dans le cas $N < n$, il y aura émergence car $i_0 = 90° \geq i_{0l}$

dans le cas $N > n$, ——— si $i_{0L} = 90°$ car alors $i_{0l} \leq i_0 = 90°$

c.à.d pour $N = n$.

[On peut vérifier que pour $i_0 = 90°$ et $N = n$, il y a bien émergence :

$i_0 = 90° \Rightarrow i_1 = 90° \Rightarrow i_2 = i_3 = 0°$]

Donc $\boxed{\text{pour } i_0 = 90°, \text{ il y a émergence si } N \leq n}$

- D'autre part, pour $i_0 = 90°$, on a d'après 2. :

$N = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_3}$ avec $0 \leq i_3 \leq \pi/2$

$\Rightarrow 0 \leq \sin^2 i_3 \leq 1$

$\Rightarrow N = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_3} \geq \sqrt{n^2 - 1}$

Le refractomètre peut mesurer des valeurs de N tq.

$$\boxed{\sqrt{n^2 - 1} \leq N \leq n}$$