

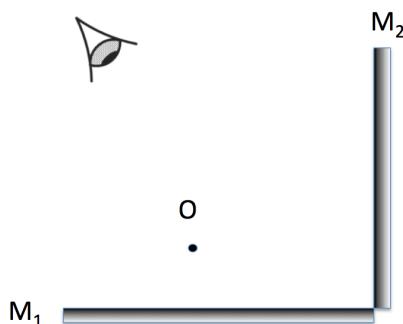
## TD n°2 : Lentilles minces sphériques

*Relations de conjugaison des lentilles minces sphériques :*

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$$

### Ex. 1 : Deux miroirs en coin

1. Deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  forment un coin d'angle  $90^\circ$ . On dispose un objet devant les miroirs en  $O$  (cf figure).

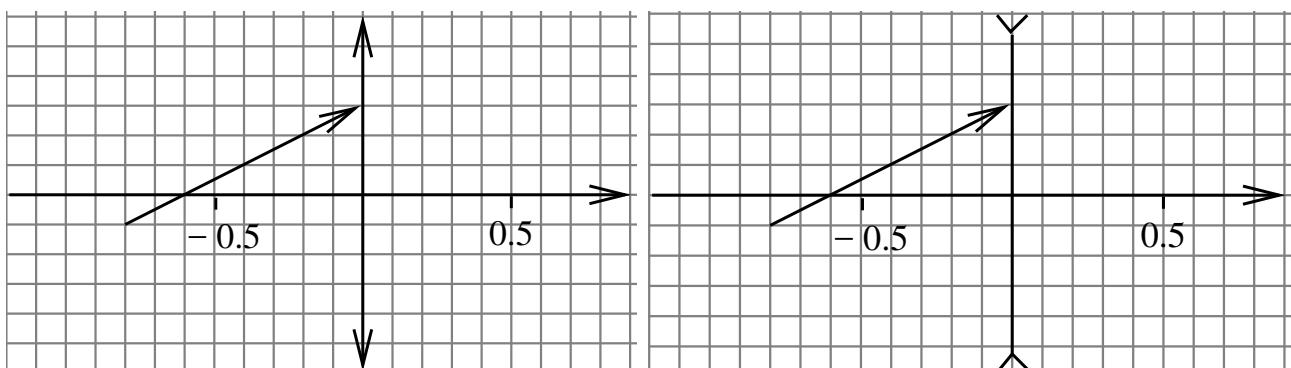


Combien d'images de cet objet observe-t-on ? On tracera des rayons permettant à l'observateur (l'oeil du dessin) de voir ces images.

2. Si les deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont parallèles et se font face, combien d'images observe-t-on d'un objet placé entre les deux miroirs. Observe-t-on réellement toutes ces images ? Que peut-on dire sur l'intensité des images ? Expliquer.

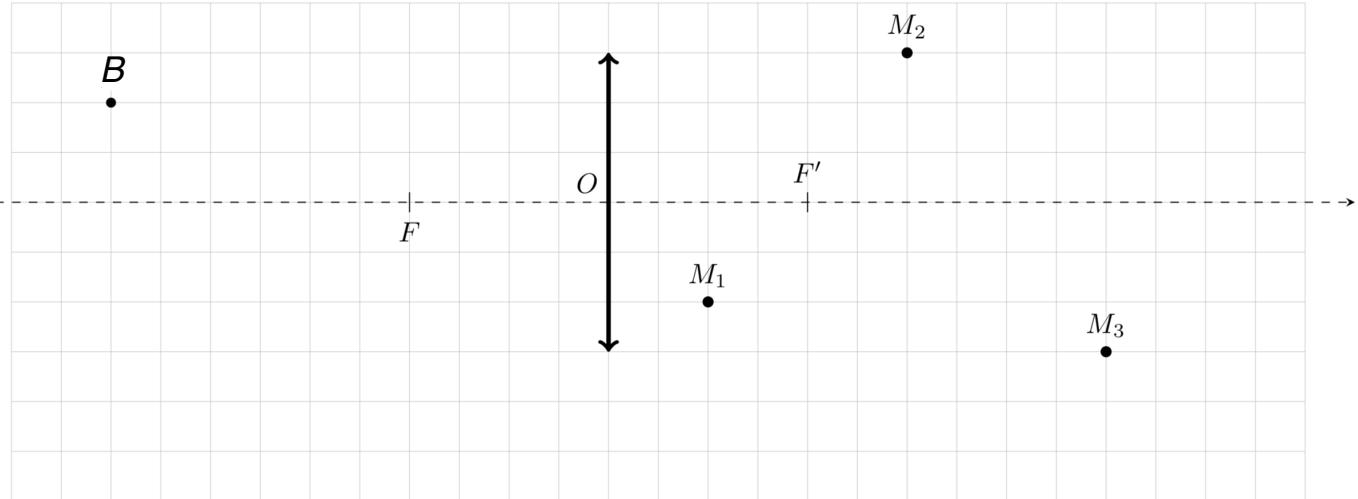
### Ex. 2 : Tracés de rayons

Construire graphiquement la marche du rayon pour une lentille placée en  $x = 0$  de vergence  $|V| = 5 \delta$  (l'échelle des abscisses est en mètres).



### Ex. 3 : Que voit-on ?

Est-ce que des observateurs dont l'œil serait placé aux différents points  $M$  verraient ou non le point  $B$ ? Justifier.



### Ex. 4 : Projection d'une diapositive sur un écran

On souhaite projeter sur un mur l'image d'une diapositive  $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$  à l'aide d'une lentille mince de distance focale  $f'$  inconnue. La distance entre la diapositive et l'écran est fixée et vaut  $D = 4 \text{ m}$ . En déplaçant la lentille de la diapositive vers le mur, on obtient une image nette sur le mur lorsque la lentille est située à la distance  $d = 1 \text{ m}$  de la diapositive.

1. Peut-on dire, sans calcul, quelle est la nature de la lentille ?
2. Calculer la distance focale  $f'$  de la lentille.
3. Calculer les dimensions de l'image.
4. Faire une figure à l'échelle de la construction de l'image.
5. En déplaçant à nouveau la lentille vers le mur, on obtient une image nette lorsque la lentille est située à la distance  $d'$  de la diapositive. Déduire  $d'$  et les dimensions de l'image du principe du retour inverse de la lumière.

### Ex. 5 : La loupe

On observe un petit objet à travers une loupe, c'est à dire une lentille convergente de distance focale  $f'$ . L'objet est placé entre le foyer objet et la lentille. L'œil est placé au foyer image de la lentille.

1. Montrer que le diamètre angulaire  $\alpha'$  de l'image vue par l'œil à travers la loupe est indépendant de la position de l'objet. En déduire  $\alpha'$  en fonction de la taille de l'objet  $AB$  et de  $f'$ .
2. Le grossissement de la loupe est donné par  $G = \alpha'/\alpha$ , où  $\alpha$  est le diamètre angulaire sous lequel l'œil nu voit l'objet et  $\alpha'$  celui sous lequel l'œil voit l'image de cet objet à travers la loupe.  
Calculer le grossissement de la loupe  $G$ . Dépend-il de la distance  $d$  entre l'objet et la loupe ?

3. Le grossissement commercial  $G_c$  d'une loupe est défini par  $G_c = \alpha'/\alpha_{max}$ , où  $\alpha_{max}$  est l'angle sous lequel un œil normal voit un objet placé à la distance minimale de vision nette (appelée *punctum proximum*),  $d_{PP} = 25$  cm et  $\alpha'$  l'angle sous lequel un œil normal voit ce même objet à travers la loupe sans accommodation.

Montrer que le grossissement commercial d'une loupe est donné par  $G_c = \frac{1}{4f'}$ , où  $f'$  est exprimé en mètre.

Quelle est la distance focale d'une loupe portant l'inscription  $\times 4$ ? Quel est le grossissement commercial d'une loupe de vergence  $20 \delta$ ?

### Ex. 6 : Rétroprojecteur



Un rétroprojecteur est composé d'une lentille convergente de focale 30 cm suivie d'un miroir plan incliné. Le centre du miroir est situé à 15 cm du centre optique de la lentille. Le centre du miroir se trouve à 3 m d'un écran vertical.

1. À quelle distance du transparent à projeter faut-il placer la lentille ?
2. Quelle est alors la taille à l'écran d'une lettre de hauteur 5 mm sur le transparent ?

### Ex. 7 : La lunette de Galilée

La lunette de Galilée est destinée à observer des objets terrestres. Elle est constituée de deux lentilles, un objectif convergent (lentille  $L_1$ , centre  $O_1$ , focale  $f'_1 = 25$  cm) et un oculaire divergent (lentille  $L_2$ , centre  $O_2$ , focale  $f'_2 = -5$  cm).

1. La lunette est réglée de telle sorte qu'un œil sans défaut peut voir un objet situé à l'infini sans accommoder.  
Que peut-on dire des foyers des deux lentilles ? Comment s'appelle un tel système ? En déduire la dimension de la lunette  $d = \overline{O_1 O_2}$ .
2. Un objet  $AB$  placé à l'infini est vu depuis l'objectif sous l'angle  $\alpha$ .
  - (a) Tracer la marche d'un rayon issu du point  $B$  de l'objet à travers la lunette. On notera  $\alpha'$  l'angle sous lequel émerge ce rayon.
  - (b) Calculer le grossissement de la lunette.
3. L'objet  $AB$  est désormais placé à  $D = 50$  cm en amont de l'objectif. Sa taille vaut  $AB = 5$  cm.
  - (a) Faire un schéma à l'échelle de la construction de l'image  $A'B'$  par la lunette de l'objet  $AB$ .
  - (b) Calculer la position de l'image et sa taille. Est-ce que sa taille dépend de la position de l'objet ?

## Ex. 8 : Le microscope

Le principe de fonctionnement d'un microscope peut être illustré par deux lentilles convergentes, une lentille  $L_1$  jouant le rôle d'objectif et une lentille  $L_2$  jouant le rôle d'oculaire.

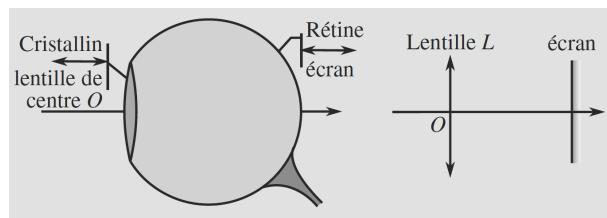
La distance focale de la lentille  $L_1$  de centre  $O_1$  vaut  $f'_1 = 0.5$  cm et celle de la lentille  $L_2$  de centre  $O_2$  vaut  $f'_2 = 2$  cm.

L'objet observé est de taille  $AB = 0.01$  cm et tel que  $\overline{O_1 A} = -0.51$  cm. L'observateur se trouve derrière l'oculaire, l'œil étant sur l'axe optique.

1. Le microscope est réglé pour qu'un œil sans défaut n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe l'image finale  $A'B'$ . Qu'est-ce que cela implique ?
2. Calculer le grossissement de la lentille  $L_1$ .
3. Calculer l'encombrement du microscope,  $\overline{O_1 O_2}$ .
4. Tracer la marche de deux rayons issus de  $B$  (pas à l'échelle).
5. Calculer le diamètre angulaire  $\alpha'$  sous lequel l'observateur voit l'image  $A'B'$ .
6. Le grossissement commercial du microscope est défini par  $G_c = \alpha'/\alpha_{max}$ , où  $\alpha_{max}$  est l'angle sous lequel on verrait, à l'œil nu, l'objet  $AB$  à la distance du *punctum proximum*  $d_{PP} = 25$  cm. Calculer  $G_c$ .

## Ex. 9 : Modélisation et corrections de l'œil

L'œil peut être modélisé par une lentille convergente  $L$  (le cristallin) et un écran  $E$  (la rétine), comme illustré sur la figure. La focale du cristallin est notée  $f'$  et son centre optique  $O$ . La distance cristallin-rétine  $OE = d = 15$  mm est constante.



Afin de faire des images nettes sur la rétine alors que la distance cristallin-rétine est fixe, le cristallin est capable de modifier sa focale : c'est l'accommodation. Sans effort d'accommodation, un œil est capable de voir nettement un objet situé à une grande distance  $d_{PR}$  appelée *punctum remotum* (PR). Avec un effort d'accommodation maximal, il peut voir nettement un objet proche à une distance  $d_{PP}$  appelée *punctum proximum* (PP).

1. Pour un œil sans défaut (dit emmétrope),  $d_{PP} = 25$  cm et  $d_{PR} = +\infty$ . Calculer l'intervalle des focales accessibles au cristallin. Faire un schéma de cet œil regardant un objet à l'infini.

2. Un œil a son PP à  $d_{PP} = 10$  cm et son PR à  $d_{PR} = 80$  cm.

(a) Quel est son défaut ? Déterminer l'intervalle des focales accessibles au cristallin de cet œil. Faire un schéma de cet œil regardant un objet à l'infini.

Nous voulons corriger cet œil à l'aide de lentilles de contact. On assimilera les lentilles de contact à des lentilles de distance focale  $f'_c$  accolées au cristallin.

(b) Sans calcul, peut-on dire si les lentilles de contact doivent être convergentes ou divergentes ? Quelle doit être la vergence  $V_c$  des lentilles de contact pour que cet œil puisse voir à l'infini sans accommoder ?

(c) Où est situé alors le PP de l'œil ainsi corrigé ?

3. Les cellules de la rétine sont essentiellement constituées de cônes de  $\delta = 5 \mu\text{m}$  de diamètre environ. Quel est le pouvoir séparateur de l'œil (angle minimal sous lequel l'œil distingue les rayons) ? On l'exprimera en minute d'angle. En déduire la plus petite distance résolue par un œil normal.

---

## Exercices supplémentaires à faire à la maison

### Ex. 10 : Constructions d'images

Construire l'image d'un objet par une lentille mince convergente puis divergente. On envisagera toutes les positions possibles de l'objet : objet réel avant  $2F$ , entre  $2F$  et  $F$ , à  $F$ , entre  $F$  et  $0$ , objet virtuel et objet à l'infini. On précisera dans chaque cas la nature de l'image (réelle/virtuelle, droite/versée, agrandie/réduite).

Dans quel cas obtient-on une image virtuelle avec une lentille convergente ? une image réelle avec une lentille divergente ?

Peut-on projeter sur un écran l'image d'un objet réel avec une lentille convergente ? et avec une lentille divergente ? Si oui, préciser alors la position de l'objet.

Les lentilles sphériques minces, considérées dans cette partie et notées ( $L_i$ ), sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille ( $L_i$ ) est caractérisée par son centre optique  $O_i$  et par sa distance focale image  $f_i'$ . Les foyers objet et image sont notés respectivement  $F_i$  et  $F_i'$ .

La formule de conjugaison de Descartes (1) précise la position sur l'axe optique des points conjugués  $A$  et  $A'$  :

$$\frac{1}{O_i A'} - \frac{1}{O_i A} = \frac{1}{f_i'} \quad (1)$$

Le matériel mis à la disposition d'un étudiant au cours d'une séance de Travaux Pratiques d'optique géométrique est le suivant :

- un objet lumineux  $A_o B_o$  (segment de droite) de longueur  $|\overline{A_o B_o}| = 2,0 \times 10^{-2}$  m ;
- une lentille divergente ( $L_1$ ) de distance focale image  $f_1' = -1,0 \times 10^{-1}$  m ;
- une lentille convergente ( $L_2$ ) de distance focale image  $f_2' = +2,0 \times 10^{-1}$  m ;
- un écran plan, noté ( $E$ ) ;
- un banc d'optique, permettant, grâce aux différents supports adaptés, le réglage et le maintien des éléments précédents sur un même axe optique, noté  $x'x$ .

1. L'étudiant souhaite projeter, sur l'écran ( $E$ ) suffisamment éloigné, l'image réelle  $AB$  de l'objet  $A_o B_o$ . Les points  $A_o$  et  $A$  appartiennent à l'axe optique. L'objet  $A_o B_o$  et l'écran sont orthogonaux à l'axe optique.



Figure A.1

- a) Pour réaliser son expérience de projection, l'élève décide de n'utiliser qu'une seule des deux lentilles ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ) proposées. Laquelle choisit-il ? Où la place-t-il ?
- b) Recopier et compléter la figure A.1 en proposant un tracé de rayons lumineux qui illustre le montage choisi par l'étudiant et qui relie objet  $A_o B_o$  (à dessiner) et image  $AB$  conjugués.
- c) La taille de l'image réelle projetée sur ( $E$ ) vaut  $AB = 5,0 \times 10^{-2}$  m. Déterminer la position de l'objet réel lumineux  $A_o B_o$  en calculant la distance  $A_o A$ .
- d) Montrer qu'en choisissant l'autre lentille, l'expérience de projection sur l'écran ( $E$ ) est impossible.
2. Sans modifier le montage et les réglages précédents (question 1), l'opérateur interpose, entre la lentille choisie initialement et l'écran ( $E$ ), une lentille ( $L_3$ ) d'axe optique  $x'x$  et de distance focale inconnue  $f_3'$ . Cette lentille ( $L_3$ ), dont la position sur l'axe optique n'est pas connue avec précision, intercepte alors les rayons lumineux qui arrivent sur l'écran. Ce qui est projeté sur ( $E$ ) est maintenant « flou ». Pour obtenir une nouvelle image nette  $A'B'$  sur cet écran ( $E$ ), l'étudiant doit le reculer, c'est-à-dire éloigner ( $E$ ) de la lentille ( $L_3$ ).

- a) Proposer un tracé de rayons, sachant que l'image réelle initiale  $AB$  (partie A, question 1) est devenue objet virtuel pour la lentille ( $L_3$ ).
- b) Quelle est la nature de la lentille ( $L_3$ ) ?
- c) Il a fallu, pour faire apparaître l'image nette  $A'B'$ , éloigner ( $E$ ) de ( $L_3$ ) d'une distance  $d = 3,0 \times 10^{-1}$  m. Que vaut la distance focale image  $f_3'$ , si la taille de la nouvelle image  $A'B'$  sur l'écran a été doublée par rapport à celle de la première image  $AB$  :  $A'B' = 2 \overline{AB}$  ?

## Ex. 12 : Lunette astronomique

On considère une lunette astronomique constituée de deux lentilles minces convergentes de même axe optique : l'objectif  $L_1$  de centre  $O_1$  et de focale  $f'_1 = 80$  cm et l'oculaire  $L_2$  de centre  $O_2$  et de focale  $f'_2 = 6$  mm. La lunette est réglée à l'infini (elle donne d'un objet à l'infini une image à l'infini).

On souhaite observer la planète Mars, qui est vue à l'œil nu sous un diamètre apparent  $\alpha$ .

1. Calculer la distance entre  $L_1$  et  $L_2$ . Quel est l'intérêt de ce réglage ?
2. Représenter sur un schéma, sans respecter l'échelle, la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux issu de la planète Mars. On notera  $\alpha'$  l'angle que forment les rayons émergents extrêmes en sortie de lunette. L'image est-elle droite ou inversée ?
3. Exprimer le grossissement de la lunette en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ . A.N.
4. Le diamètre de Mars vaut 6800 km et la distance Terre-Mars est égale à  $7.0 \times 10^7$  km.

Calculer l'angle sous lequel l'observateur voit la planète Mars à l'œil nu, puis à travers la lunette.

La limite de perception angulaire d'un œil normal est de une minute d'arc environ. L'observateur voit-il Mars à l'œil nu ? et avec la lunette ?

5. Le principal défaut d'une lentille est le défaut d'aberrations chromatiques. Expliquer brièvement l'origine de ce défaut et ses conséquences. Pour quelle raison un miroir n'a-t-il pas ce défaut ?

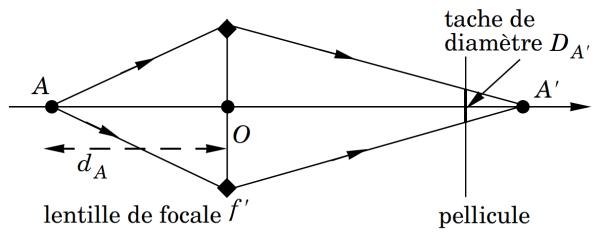
## Ex. 13 : Appareil photo jetable sans mise au point

Cet exercice propose de comprendre comment un petit appareil photo jetable peut prendre des photos nettes dans de nombreuses situations alors que rien n'est réglable.

L'objectif de l'appareil est modélisé de manière simplifiée par une lentille mince convergente, de centre  $O$ , de focale  $f'$  et de diamètre utile  $D$  et la pellicule est située à une distance  $d$  fixe de la lentille. Aucune mise au point n'est possible avec cet appareil (ce qui veut dire que la distance  $d$  est fixée par le fabricant et n'est pas modifiable par l'utilisateur).

1. Déterminer la distance  $d$  qu'il faut prévoir lors de la fabrication pour que la mise au point soit sur l'infini, c'est à dire pour que l'image d'un objet situé à l'infini soit nette sur la pellicule.

2. Un objet ponctuel  $A$  situé à une distance  $d_A$  de l'objectif a son image  $A'$  située derrière la pellicule et donne sur la pellicule une tache de diamètre  $D_{A'}$  (voir figure).



Exprimer  $\overline{OA'}$  en fonction de  $d_A$  et  $f'$ . En déduire  $D_{A'}$  en fonction de  $D$ ,  $f'$  et  $d_A$ .

3. La pellicule est formée de grains que l'on supposera circulaires et de même diamètre  $\epsilon$ . Une image sur la pellicule paraît nette si un point objet n'a éclairé qu'un seul grain et a donc donné une tache sur la pellicule de diamètre inférieur ou égal à  $\epsilon$ .

Déterminer la distance  $d_0 = OA_0$  du point  $A_0$  le plus proche qui donne une image nette sur la pellicule. A.N. :  $f' = 3$  cm ;  $D = 2$  mm ;  $\epsilon = 20$   $\mu\text{m}$ .

Afin de diminuer la distance  $d_0$  du point le plus proche qui donne une image nette sur la pellicule, on augmente la distance  $d$  entre la lentille et la pellicule de telle sorte qu'un point à l'infini soit à la limite de netteté (il donne donc une tache de diamètre  $\epsilon$  sur la pellicule).

4. Faire un schéma montrant la tache donnée par un objet sur l'axe situé à l'infini.
  5. Déterminer  $d$  et faire l'A.N.
  6. Déterminer la nouvelle distance  $d_0$  correspondant au point le plus proche donnant lui aussi une tache de diamètre  $\epsilon$  sur la pellicule. Faire l'A.N. et commenter.
-