Electromagnétisme : Corrigé — Epreuve physique - Partie II - B

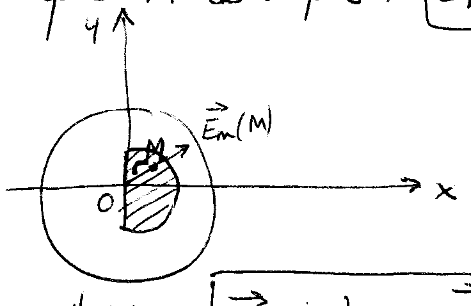
Concours ENSI Deug 2003

(I) 1) $\vec{B}$ indépendant de t $\rightarrow \vec{A}$ indép de t $\rightarrow \boxed{\vec{E}_m(M) = \vec{v}_e(M) \wedge \vec{B}(M)}$

2) 2.1 $\boxed{\vec{v}_e(M) = r\omega \vec{e}_\varphi}$

2.2 lorsque M ds chp $\vec{B}$: $\boxed{\vec{E}_m(M) = r\omega B_0 \, \vec{e}_\varphi \wedge \vec{e}_z = r\omega B_0 \, \vec{e}_r}$

2.3

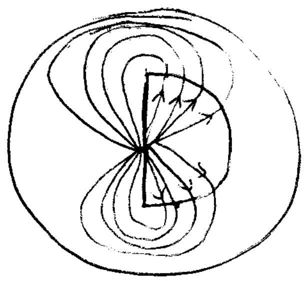


2.4 loi d'Ohm $\boxed{\vec{j}_i(M) = \gamma \vec{E}_m(M)}$ dens. de courant induite ds fait conducteur en mvt ds chp $\vec{B}$ uniforme et cst

2.5 $\vec{B}$ ne s'applique pas à tout le conducteur $\rightarrow$ des boucles fermées de courant peuvent se former $\rightarrow$ $\underline{\vec{E}_m \text{ peut agir ds circuit fermé}}$

[si $\vec{B}$ appliqué à tt le conducteur alors les charges s'accumuleront sur les bords du disque, elles ne pourront sortir du conducteur $\rightarrow$ circuit ouvert]

2.6



les lignes de courant doivent être tangentes à la surface extérieure du conducteur (car elles doivent être fermées et les charges ne peuvent sortir du conducteur). Les courants induits sont appelés <u>courants de Foucault</u> : les courants ne sont pas guidés par des fils mais induits ds vol. du conducteur.

3) [dP = puissance de force de Lorentz sur élément de vol $d\tau$ du conducteur de charge $dq = \rho d\tau$

$= \rho d\tau (\vec{E}_m + \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = \rho d\tau \vec{E}_m \cdot \vec{v} = \vec{j} d\tau \cdot \vec{E}_m = \gamma E_m^2 d\tau$]

3.1 puissance dissipée sous forme thermique par <u>effet Joule</u>.

3.2 $\boxed{\dfrac{dP}{d\tau} = \gamma r^2 \omega^2 B_0^2}$

3.3 $\boxed{P_I = \iiint_{\substack{\text{vol conduct} \\ \text{soumis à } \vec{B}}} \gamma r^2 \omega^2 B_0^2 \underbrace{d\tau}_{\pi r h dr} = \pi \gamma \omega^2 B_0^2 h \int_0^R r^3 dr = \pi \gamma \omega^2 B_0^2 h \frac{R^4}{4}}$

3.4 force de Laplace exercée sur élément de vol $d\tau$ du conducteur de charge $dq = \rho d\tau$

$$d\vec{F}_{Laplace} = \vec{j}\, d\tau \wedge \vec{B} = \gamma E_m d\tau B_0\, \vec{e_r} \wedge \vec{e_z} = -\gamma E_m B_0 d\tau\, \vec{e_\varphi}$$
$$= -\gamma v B_0^2 d\tau\, \vec{e_\varphi} \quad \text{s'oppose à } \vec{v} = r\omega \vec{e_\varphi}$$

→ le conducteur subit une force de freinage proportionnelle à $B_0^2 v$

càd intense qu'à grande vitesse

3.5 freinage par induction

ex : ralentisseurs sur les poids lourds

[le freinage ne peut que ralentir ($\propto$ à v donc intense qu'à gde vitesse)
il faut donc ajouter des freins de friction]

3.6 AN : $P_J = 2277{,}6\,W$

II 1) cf TD

2)

[$\vec{A}$ possède sym de dist de courants
⊥ plan d'antisym
// plan de sym

or dist. de courant invariante par rot. autour de Oz et par transl // Oz
→ $\vec{A}(M,t) = \vec{A}(\rho, t)$

et plan $(M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$ = plan d'antisym → $\vec{A}(M) \,//\, \vec{e_\varphi}$

→ $\vec{A}(M,t) = A(\rho,t)\,\vec{e_\varphi}$]

D'après $\oint_{\mathcal{C}} \vec{A}.\vec{dl} = \iint_S \vec{B}.\vec{dS}$ $\quad$ $\mathcal{C}$ = cercle rayon ρ ($< R_0$) axe Oz
$\quad$ S = disque rayon ρ reposant sur $\mathcal{C}$

$$A(\rho,t) \oint_{\mathcal{C}} dl\, \vec{e_\varphi}.\vec{e_\varphi} = B_m \sin\omega t \iint_S dS\, \vec{e_z}.\vec{e_z}$$
$$A(\rho,t)\, 2\pi\rho = B_m \sin\omega t\, \pi\rho^2$$
$$\boxed{A(\rho,t) = \frac{B_m \rho}{2} \sin\omega t} \quad \text{pr } \rho < R_0$$

[on a bien pr $\rho < R_0$ $\quad \vec{rot}\,\vec{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A(\rho,t))\vec{e_z} = \frac{1}{\rho} B_m \frac{2\rho}{2} \sin\omega t\, \vec{e_z} = B_m \sin\omega t\, \vec{e_z} = \vec{B}$]

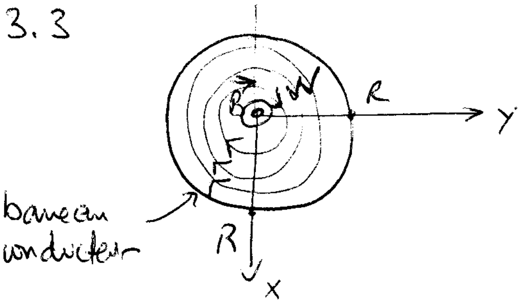
3) 3.1 barreau conducteur immobile ds chp $\vec{B}$ variable

$$\rightarrow \vec{v_e}(M) = \vec{0} \rightarrow \boxed{\vec{E_m}(M) = -\frac{\partial \vec{A}(M,t)}{\partial t} = -\frac{\partial A(\rho,t)}{\partial t}\vec{e_\varphi}} \quad \text{pr } \rho < R$$

3.2. $\boxed{E_m = -\frac{\partial A(\rho,t)}{\partial t} = -\frac{B_m \rho}{2}\omega \cos\omega t}$

chp électromoteur induit ds le barreau conducteur

3.3



lignes de courant de densité $\vec{j} = \gamma \vec{E_m}$ selon $-\vec{e_\varphi}$: cercles d'axe Oz

3.4 courants de Foucault

4) 4.1 puissance dissipée sous forme thermique par effet Joule

4.2 $\boxed{\frac{dP}{d\tau} = \gamma E_m^2 = \gamma \frac{B_m^2 \rho^2}{4}\omega^2 \cos^2\omega t}$

4.3 $$\left\langle \frac{dP}{d\tau} \right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{dP}{d\tau}\,dt \quad \text{avec } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$= \gamma \frac{B_m^2 \rho^2}{4}\omega^2 \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2\omega t\,dt$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2\omega t\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1+\cos 2\omega t}{2}\,dt = \frac{1}{T}\left(\frac{T}{2}+0\right) = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{\left\langle \frac{dP}{d\tau} \right\rangle = \gamma \frac{B_m^2}{8}\rho^2\omega^2}$$

4.4. $$\boxed{P_{II}} = \iiint_{\text{barreau}} \left\langle \frac{dP}{d\tau} \right\rangle d\tau = \frac{\gamma B_m^2 \omega^2}{8}\int_0^R \rho^2\, 2\pi\rho H\,d\rho$$

$$= \pi\gamma \frac{B_m^2}{4}\omega^2 H \int_0^R \rho^3\,d\rho = \boxed{\frac{\pi\gamma}{16} B_m^2 \omega^2 H R^4}$$

4.5 chauffage par induction

ex : plaques à induction : courants induits ds récipient métallique soumis à $\vec{B}$ variable

(puissance dissipée par effet Joule proportionnelle à $B_m^2\omega^2$ si $\vec{B}$ sinusoïdal)

4.6 $P_{II} = 1423{,}5\ W$