Concours L2-Deug 2003
Physique I : partie B

Électrostatique

On considère, dans le vide, le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé, au point M, par une répartition de charges à symétrie sphérique de centre O. On pose $\overrightarrow{OM} = r\,\vec{e}_r$.

Ce champ est radial et ne dépend que de r : $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$. La valeur algébrique $E(r)$ est définie par :

$$E(r) = k/2\varepsilon_o \qquad \text{pour} \quad r \in [\,0, R\,]\,;$$
$$E(r) = k\,R^2/2\varepsilon_o\,r^2 \qquad \text{pour} \quad r \in [\,R, +\infty\,[\,;$$

k et R sont des constantes positives.

On rappelle que la variation de potentiel électrostatique dV est liée à la circulation du champ électrostatique $\vec{E}$, par la relation $dV = -\vec{E}.d\vec{\ell}$. D'autre part, le champ $\vec{E}$ est relié, dans le vide, à la charge volumique ρ par l'équation locale : $div\,\vec{E} = \rho/\varepsilon_o$.

Compte tenu des considérations de symétrie, l'opérateur scalaire $div\ \vec{E}$ s'écrit ici sous la forme simplifiée :

$$div\,\vec{E} = \frac{1}{r^2}\,\frac{d\left[r^2E(r)\right]}{dr}$$

La démonstration de ces formules n'est pas demandée.

I. Potentiel électrostatique *V(r)*

On pose, par convention, $\lim V_{(r\to\infty)} = 0$.

1) Déterminer le potentiel $V(r)$ de cette distribution de charges, pour les valeurs suivantes de r :

1.1. $r \in [\,R, +\infty\,[$;
1.2. $r \in [\,0, R]$.

2) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $V(r)$.

II. Charge volumique ρ*(r)*

1) Déterminer la charge volumique $\rho(r)$ de cette distribution de charges, pour les valeurs suivantes de r :

1.1. $r \in [\,0, R]$;
1.2. $r \in [\,R, +\infty\,[$.

2) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $\rho(r)$.

III. Charge totale q_o

1) Exprimer la charge d'une couche sphérique élémentaire, de centre O et comprise entre les sphères de rayon r et $r+dr$.

2) En déduire, en fonction de k et de R, la charge totale q_o de cette répartition de charges à symétrie sphérique.

3) Montrer que pour $r > R$, cette distribution volumique est équivalente, d'un point de vue électrostatique, à une charge électrique ponctuelle q_o placée au point O.

IV. Deux charges électriques ponctuelles

On considère, seules dans le vide, deux charges ponctuelles q_o et q, situées respectivement aux points O et A tels que $OA = a$ (constante positive). Les effets électriques, engendrés par ces deux charges, se superposent en tout point de l'espace. On donne $q = -\, q_o$, avec $q_o > 0$.

On pose $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{OA}}{\left\|\overrightarrow{OA}\right\|}$, vecteur unitaire.

1) Donner l'expression vectorielle de la force électrique $\vec{f}_{q_o,q}$ exercée par la charge q_o, sur la charge q.

2) Soit un point P, équidistant des deux charges q_o et q, tel que $OP = AP = a$.

2.1. Préciser, à l'aide d'un schéma, la direction et le sens du champ électrostatique résultant $\vec{E}_{tot}(P)$ créé au point P, par l'ensemble des deux charges q_o et q.

2.2. Déterminer l'expression vectorielle du champ $\vec{E}_{tot}(P)$.

2.3. Calculer le potentiel $V_{tot}(P)$.