Partie A

Électrostatique : modèle des plans infinis

Il est proposé, dans cet exercice, un modèle d'étude du champ et du potentiel électrostatiques créés par un ensemble de deux plans parallèles chargés dans le vide.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$).

I. Plan infini

Soit un plan infini, noté (**P₁**), orthogonal à l'axe Ox, d'équation $x = +a$ (avec $a > 0$) et chargé positivement avec une densité surfacique uniforme de charge $+\sigma$. En tout point $M(x, y, z)$ de l'espace pour lequel $x > +a$ [demi-espace noté (**I**)], le champ électrostatique $\vec{E}(M)$, créé par le plan (**P₁**), s'écrit : $\vec{E}(M) = +\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}\,\vec{e}_x$, avec ε_o permittivité absolue du vide (figure **1**).

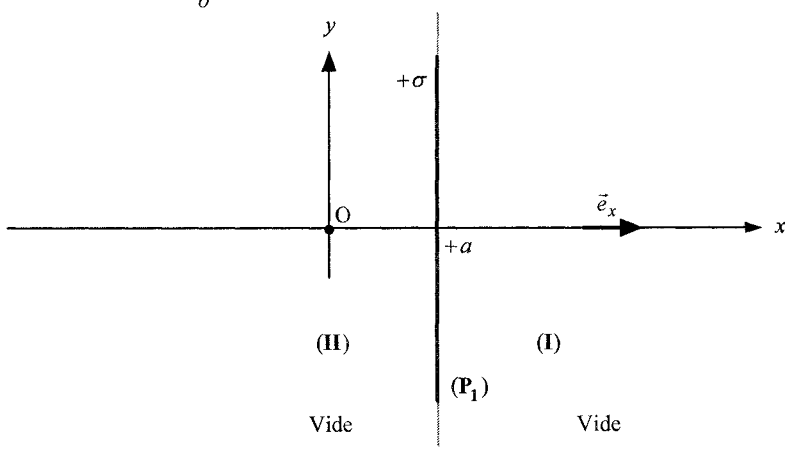

Figure **1**

Donner, sans calcul, mais en la justifiant, l'expression vectorielle du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point du demi-espace noté (**II**), pour lequel $x < +a$ (figure **1**).

II. Deux plans infinis parallèles

Un second plan infini, noté (**P₂**), symétrique du plan (**P₁**) par rapport au plan yOz, et donc d'équation $x = -a$, est chargé négativement avec une densité surfacique de charge $-\sigma$ (figure **2**).

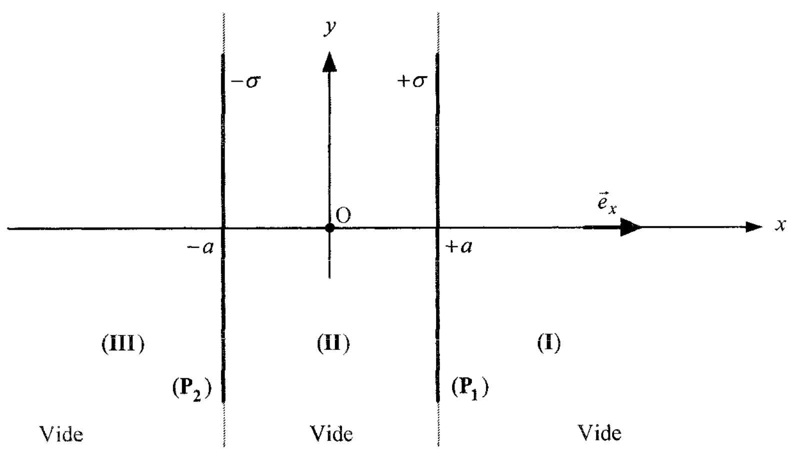

Figure **2**

1. Déterminer l'expression vectorielle du champ résultant $\vec{E}_{tot(M)}$ dans les trois domaines de l'espace **(I)** $(+a < x)$, **(II)** $(-a < x < +a)$ et **(III)** $(x < -a)$.
2. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $E_{tot}(x)$.
3. En tout point M de l'espace, le champ électrostatique $\vec{E}_{tot(M)}$ et le potentiel électrostatique $V_{tot(M)}$, créés par l'ensemble des deux plans, sont liés par la relation $\vec{E}_{tot(M)} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V_{tot(M)}$, ce qui se traduit, ici, compte tenu des considérations de symétrie, par la relation $\vec{E}_{tot}(x) = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V_{tot}(x)$. Sachant que, par convention, le potentiel V_{tot} est choisi nul dans le plan yOz et que le potentiel est continu en tout point de l'espace, déterminer l'expression du potentiel $V_{tot}(x)$ dans chacun des domaines **(I)**, **(II)** et **(III)**.
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $V_{tot}(x)$.