Partie A : LE HAUT-PARLEUR

Il s'agit dans cette partie, d'illustrer l'application de l'induction électromagnétique dans le fonctionnement du haut-parleur électrodynamique.

L'espace est rapporté, en coordonnées cylindriques (r, θ, z), à un repère de base ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$). Le haut-parleur est essentiellement un système à symétrie cylindrique, constitué (figure **1**) :

- d'un aimant immobile comprenant deux cylindres coaxiaux d'axe $z'z$ horizontal et créant un champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{e}_r$ radial, et de norme constante et uniforme dans l' « entrefer » ;
- d'une bobine indéformable (solénoïde) $\mathcal{B}$ de même axe $z'z$, comportant N spires circulaires de rayon ρ et insérée dans l'entrefer ;
- d'une membrane souple (pavillon) $\mathcal{M}$, solidaire de la bobine, et pouvant subir des translations axiales de part et d'autre de sa position d'équilibre définie par $z = 0$.

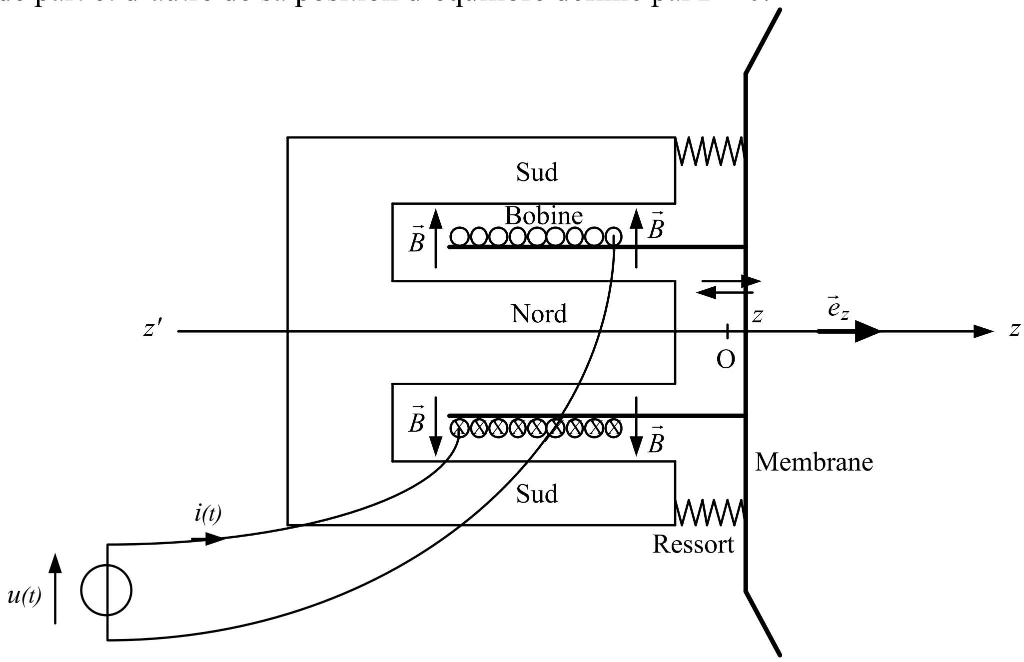


Figure **1**

Lorsqu'une source de tension $u(t)$ est branchée aux bornes de la bobine plongée dans le champ magnétique, celle-ci, parcourue par un courant d'intensité $i(t)$, se met en mouvement sous l'effet des forces de Laplace. Ce mouvement entraîne la membrane qui vibre dans l'air, créant ainsi des ondes sonores.

Dans l'air, le mouvement crée une force de frottement fluide $\vec{f}_f = -\,\alpha\,.\,v\,\vec{e}_z$, opposée ($\alpha$ constante positive) à la vitesse $\vec{v} = v\,\vec{e}_z$ de la membrane.

L'ensemble $\{\mathcal{M},\mathcal{B}\}$, de masse m, est élastiquement lié à un support fixe par un dispositif élastique, modélisé par un ressort unique de constante de raideur k et exerçant sur l'ensemble une force de rappel $\vec{f}_r = -k\,.\,z\,\vec{e}_z$.

Il est admis qu'au cours des déplacements, le poids du dispositif et la réaction du support se compensent.

D'un point de vue électrique, la bobine est modélisée par une inductance pure L en série avec une résistance R.

Le problème est considéré dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

I. Étude préliminaire

L'espace est, pour cette seule question, rapporté en coordonnées cartésiennes (x, y, z), à un repère de base ($\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$). Soit un courant d'intensité i positive qui circule dans une portion AD de fil rigide, parallèle à l'axe Ox, de longueur $AD = \ell$, de milieu Ω et plongée dans le champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{e}_y$ uniforme, avec $B > 0$. Les fils de connexion sont parallèles à l'axe Oy (figure **2**).

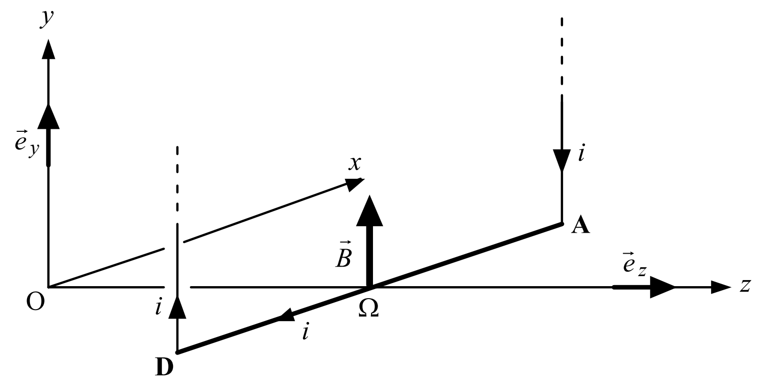


Figure **2**

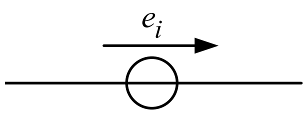
1) Recopier sommairement le schéma de la figure **2** et dessiner la résultante $\vec{f}_L$ des forces de Laplace qui s'exercent sur la portion de fil AD.

2) Déterminer, en fonction des données de l'énoncé, l'expression vectorielle de cette force $\vec{f}_L$.

3) La portion de fil rigide AD et les fils de connexion sont animés d'un mouvement de translation de vitesse $\vec{v} = v\ \vec{e}_z$, (avec v algébrique).

3.1 Dessiner, sur le schéma précédent (§ **A.I.1**), et dans le cas d'une vitesse v positive, le vecteur champ électromoteur $\vec{E}_{m,i}$ induit dans la portion de fil AD.

3.2 Préciser sur cette portion de fil AD (schéma § **A.I.1**), toujours dans le cas d'une vitesse v positive, l'orientation de la f.é.m. (force électromotrice) induite e_i en utilisant le symbole suivant :



3.3 Établir l'expression de cette f.é.m. induite e_i.

La suite des questions porte désormais sur le fonctionnement du haut-parleur

II. Comportement mécanique de la partie mobile du haut-parleur

1) Écrire, en fonction des données de l'énoncé, l'expression vectorielle de la résultante $\vec{f}_L$ des forces de Laplace qui s'exercent sur la bobine $\mathcal{B}$, parcourue par le courant d'intensité $i(t)$.

2) Par application du théorème de la résultante dynamique appliqué à l'ensemble $\{\mathcal{M}, \mathcal{B}\}$ de masse m, établir une équation différentielle qui relie $z(t)$ et $i(t)$, et qui traduit le comportement mécanique de la partie mobile du haut-parleur. Cette équation, notée **(E_1)**, est de la forme :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + a\,\frac{dz}{dt} + b\,z = c\,i(t) \qquad \textbf{(E}_1\textbf{)}$$

avec a, b et c constantes.

3) Exprimer les coefficients a, b et c en fonction des données de l'énoncé.

III. Loi des mailles et comportement électrique

1) Montrer que la f.é.m. (force électromotrice) induite $e_i(t)$ dans la maille, constituée par le générateur de tension $u(t)$ et la bobine, s'exprime sous la forme $e_i(t) = h \dfrac{dz}{dt}$ (avec h constante positive). Exprimer h en fonction des données de l'énoncé.

2) Appliquer la loi des mailles à l'ensemble générateur-bobine et écrire l'équation différentielle, vérifiée par le courant $i(t)$, qui traduit le comportement électrique du haut-parleur. Cette équation, notée **(E₂)**, est de la forme :

$$u(t) = a' \frac{di}{dt} + b'\, i(t) + c' \frac{dz}{dt} \qquad \textbf{(E}_2\textbf{)}$$

avec a', b' et c' constantes.

3) Exprimer les coefficients a', b' et c' en fonction des données de l'énoncé.

IV. Tension d'alimentation *u(t)* alternative sinusoïdale

La tension $u(t)$ d'alimentation du haut-parleur est alternative sinusoïdale, de pulsation ω. Aux grandeurs physiques $u(t)$, $i(t)$ et $z(t)$, toutes de pulsation ω, peuvent être associées les fonctions complexes respectives $\underline{u}(t) = \underline{u}_o\, e^{j\omega t}$, $\underline{i}(t) = \underline{i}_o\, e^{j\omega t}$ et $\underline{z}(t) = \underline{z}_o\, e^{j\omega t}$. Il est rappelé que la dérivée temporelle d'une fonction complexe $\underline{f}$ du type $\underline{f}(t) = \underline{f}_o\, e^{j\omega t}$ s'écrit : $\dfrac{d\underline{f}}{dt} = j\omega \underline{f}$.

En combinant les équations différentielles **(E₁)** et **(E₂)**, la tension d'alimentation $\underline{u}(t)$ et l'intensité $\underline{i}(t)$ vérifient l'équation $\underline{u}(t) = \underline{Z}\, \underline{i}(t)$, expression dans laquelle $\underline{Z}$ est une impédance complexe. L'ensemble générateur–haut-parleur peut donc être représenté par le modèle électrique suivant (figure **3**) :

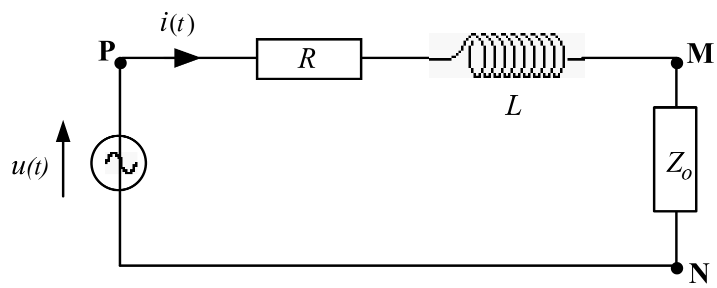


Figure **3**

modèle dans lequel le dipôle MN présente l'impédance complexe $\underline{Z}_o$.

1) Donner l'impédance complexe $\underline{Z}_{PM}$ du dipôle PM.

2) En posant $\beta = 2\pi\rho NB$ et $\gamma = \left(\dfrac{k}{\omega} - m\omega\right)$, exprimer, en fonction de α, β et γ, l'impédance complexe $\underline{Z}_o$.