

Examen : Jeudi 5 janvier 2017

Durée 1h30

Documents, téléphones et calculatrices sont interdits

Les exercices sont indépendants. Le barème indiqué est approximatif.

Ex 1. Résistance thermique d'un barreau cylindrique (9 points)

On considère un barreau de métal cylindrique, orienté suivant l'axe Ox , de rayon r , de longueur L et de conductivité thermique λ . Les extrémités en $x = 0$ et $x = L$ sont respectivement aux températures T_1 et T_2 , $T_1 > T_2$. Il est isolé thermiquement sur sa surface latérale. On suppose que le régime permanent est établi, et que la température ne dépend que de x .

- Écrire la relation qui lie le flux thermique et la température. Quelle est l'unité S.I. de la conductivité thermique ?
- Établir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(x)$ en faisant un bilan d'énergie sur une tranche élémentaire de la paroi entre x et $x + dx$ pendant une durée élémentaire dt . L'utiliser pour calculer la température en tout point du barreau. Tracer $T(x)$.
- Calculer le flux thermique à travers le barreau. En déduire la résistance thermique du barreau.
- Montrer l'analogie avec une résistance électrique.
- Calculer le flux thermique à travers deux barreaux de même rayon accolés : un premier barreau de conductivité thermique λ pour $0 \leq x \leq L/2$, suivi d'un deuxième barreau de conductivité thermique λ' pour $L/2 \leq x \leq L$. Quelle est la condition sur λ' pour que ce flux thermique soit inférieur au flux thermique calculé précédemment ?

Ex 2. Étude d'une cellule de Knudsen (7 points)

Quand on place un corps pur dans une enceinte, une fraction de celui-ci se vaporise. À l'équilibre, la phase gazeuse du corps atteindra une pression partielle ne dépendant que de la température, la pression de vapeur saturante $P_{\text{sat}}(T)$.

Une façon de mesurer cette pression est de placer le corps (constitué de molécules de masse m) dans une enceinte de volume V (très grand devant le volume de la phase solide du corps) dans laquelle le vide d'air a été fait. À un instant donné, on ouvre un trou de surface S donnant sur un volume V' ($V' \gg V$) dans lequel le vide d'air est maintenu en permanence. Une fois le régime permanent établi pour la phase gazeuse, qui est à la pression de vapeur saturante, on mesure au cours du temps la masse, notée μ , de la phase solide dans l'enceinte V .

Pour simplifier le calcul, on suppose que les molécules de la phase gazeuse ont une vitesse égale en norme à leur vitesse quadratique moyenne u , et orientée de façon isotrope selon $\pm \vec{u}_x$, $\pm \vec{u}_y$ ou $\pm \vec{u}_z$. On assimile également la phase gazeuse à un gaz parfait.

- Rappeler l'expression de la vitesse quadratique moyenne d'une molécule de la phase gazeuse en fonction de sa pression.
- Établir N_m , le nombre de molécules passant d'une enceinte à l'autre pendant une durée dt en fonction de la pression de vapeur saturante $P_{\text{sat}}(T)$ et de la densité de molécules n^* .
- Relier N_m à la variation de masse par unité de temps, $\frac{d\mu}{dt}$. En déduire l'expression de la pression de vapeur saturante.

Ex 3. Diffusion de neutrons dans un barreau nucléaire (9 points)

Des neutrons diffusent à l'intérieur d'un barreau de section S et de longueur $2L$, suivant la direction Ox . On notera $n^*(x, t)$ la densité de neutrons dans le barreau et D le coefficient de diffusion des neutrons.

Au cours de la diffusion, des réactions nucléaires produisent des neutrons dans la première moitié du barreau ($-L < x < 0$) et on admettra que le nombre de neutrons produits par unité de volume et de temps est constant et vaut σ . Dans la deuxième moitié du barreau ($0 < x < L$), il n'y a pas de réactions nucléaires et donc pas de source de neutrons. Le barreau est relié à ses extrémités à deux réservoirs de neutrons de densité constante : $n^*(x = -L) = n_1^*$ et $n^*(x = L) = n_2^*$.

On se placera en régime permanent et on admettra que la densité de neutrons et le vecteur densité de flux de neutrons sont continus partout dans le barreau.

- a) Écrire l'équation de diffusion dans le barreau. Quelle est l'unité S.I. du coefficient de diffusion ?
- b) En déduire $n^*(x, t)$ en fonction de n_1^* , n_2^* et $n_0^* = n^*(x = 0)$.
- c) Exprimer le vecteur densité de flux de neutrons dans le barreau. En déduire n_0^* .