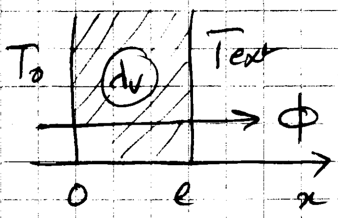
Corrigé de la partie A de l'épreuve Phys II – 2009

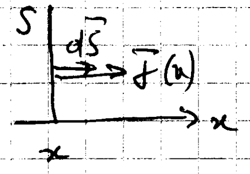
Pour une maîtrise des pertes d'énergie à travers le vitrage

I. Simple vitrage

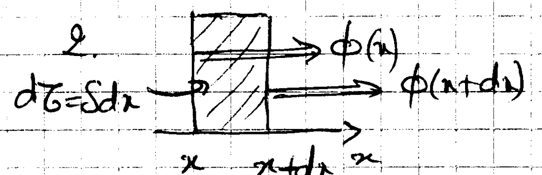


$T_0 > T_{ext} \Rightarrow \vec{j}_{th}(x)$ selon $+\vec{e}_x$

transfert unidirectionnel en régime permanent : $T(x, \cancel{t})$

1. 

$$\boxed{\phi(x) = \iint_S \vec{j}_{th}(x)\cdot d\vec{S}} = \iint_S j_{th}(x)\,\vec{e}_x \cdot dS\,\vec{e}_x = j_{th}(x)\iint_S dS$$
$$\boxed{= j_{th}(x)\,S}$$

2. 

En régime permanent, il n'y a pas d'accumulation d'énergie dans le vol $d\tau$

$\Rightarrow \underbrace{\delta Q_e}_{\text{énergie échangée à } x \text{ pdt } dt} = \underbrace{\delta Q_s}_{\text{énergie échangée à } x+dx \text{ pdt } dt}$ soit $\phi(x)\,dt = \phi(x+dx)\,dt$

$\Rightarrow d\phi = 0 \Rightarrow \phi(x) = cste \Rightarrow j_{th}(x) = cste$

or d'après la loi de Fourier : $j_{th}(x) = -\lambda_v \dfrac{dT}{dx}$

$\Rightarrow \dfrac{dT}{dx} = cste = A$ en régime permanent

$\Rightarrow \boxed{T(x) = Ax + B}$ bien une fct affine de x

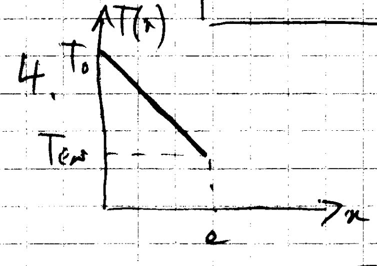
[On aurait pu utiliser l'éq. de diffusion : $\rho c \dfrac{\partial T}{\partial t} = \lambda_v \Delta T = \lambda_v \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

en régime permanent : $\dfrac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \dfrac{d^2T}{dx^2} = 0 \Rightarrow T(x) = Ax + B$]

3. $T(x=0) = T_0 \Rightarrow B = T_0$

$T(x=e) = T_{ext} \Rightarrow Ae + T_0 = T_{ext} \Leftrightarrow A = \dfrac{T_{ext} - T_0}{e}$

$\Rightarrow \boxed{T(x) = \dfrac{T_{ext} - T_0}{e}\,x + T_0}$ droite de pente $\dfrac{T_{ext} - T_0}{e} < 0$

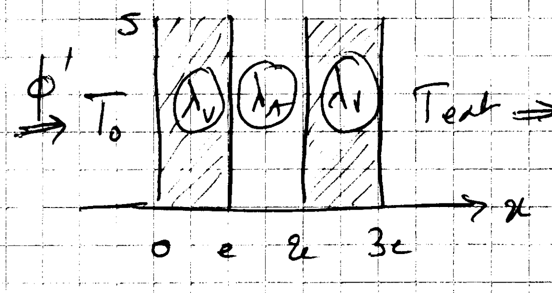
4. 

$T_0 > T_{ext}$

5. $R_{th} = \dfrac{T_0 - T_{ext}}{\phi}$ avec $\phi = j_{th} S = -\lambda_v \dfrac{dT}{dx} S = -\lambda_v \dfrac{T_{ext} - T_0}{e} S$

$$\Rightarrow \boxed{R_{th} = \frac{T_0 - T_{ext}}{-\lambda_v (T_{ext} - T_0)}\,\frac{e}{S} = \frac{e}{\lambda_v S}}$$

II Avantage du double-vitrage



1. $\boxed{T_0 - T_{ext} = T_0 - T(x=e) + T(x=e) - T(x=2e) + T(x=2e) - T_{ext}}$

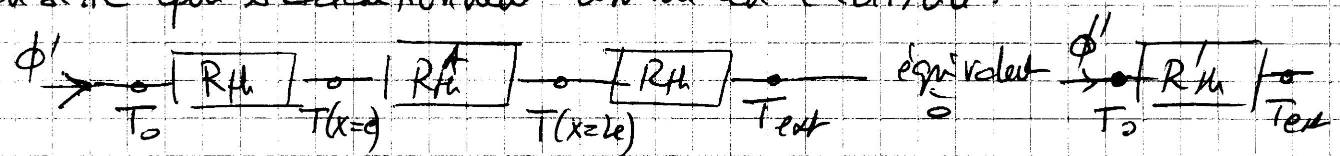
2. ↳ $T_0 - T_{ext} = R_{th}\,\phi' + R_{th}^A\,\phi' + R_{th}\,\phi'$

avec $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda_v S}$ et $R_{th}^A = \dfrac{e}{\lambda_A S}$

$$\Rightarrow \boxed{T_0 - T_{ext} = \frac{e}{S}\left(\frac{2}{\lambda_v} + \frac{1}{\lambda_A}\right)\phi' = \frac{e}{S}\,\frac{2\lambda_A + \lambda_v}{\lambda_v \lambda_A}\,\phi'}$$

3. Or $T_0 - T_{ext} = R'_{th}\,\phi' \Rightarrow \boxed{R'_{th} = 2R_{th} + R_{th}^A = \dfrac{e}{S}\,\dfrac{2\lambda_A + \lambda_v}{\lambda_v \lambda_A}}$

Le double vitrage est constitué de 3 résistances thermiques en série qui s'additionnent comme en électricité :



4. Pour une surface $S = 1\,m^2$, $\boxed{r_v = R'_{th}(S = 1\,m^2) = e\,\dfrac{2\lambda_A + \lambda_v}{\lambda_v \lambda_A}}$

5. A.N : a) $r_v = 5\times10^{-3}\,\dfrac{2\times2{,}6\times10^{-2} + 1{,}3}{1{,}3\times2{,}6\times10^{-2}} = 0{,}2\ W^{-1}\,m^2\,K$

[on obtient bien la valeur donnée à la question III.4 ...]

[$[R_{th}] = \left[\dfrac{\Delta T}{\Phi}\right] = \theta \times P^{-1}$ (dimension d'une puissance) → en $W^{-1}.K$ et $r_v = R'_{th} \times S$ ↳ en $W^{-1}.m^2.K$]

b) $$\boxed{\frac{\phi'}{\phi} = \frac{T_0 - T_{ext}}{R'_{th}}\,\frac{R_{th}}{T_0 - T_{ext}} = \frac{R_{th}}{R'_{th}} = \frac{\frac{\cancel{e}}{\lambda_v \cancel{S}}}{\frac{\cancel{e}}{\cancel{S}}\,\frac{2\lambda_A + \lambda_v}{\lambda_A \cancel{\lambda_v}}} = \frac{\lambda_A}{2\lambda_A + \lambda_v}}$$

$$= \frac{2{,}6\times10^{-2}}{2\times2{,}6\,10^{-2} + 1{,}3} \simeq \underline{\underline{0{,}02}}$$

$\phi' \simeq \dfrac{\phi}{50}$: les pertes thermiques sont 50 fois + faibles avec un double vitrage p/avec un simple vitrage ⇒ on a intérêt à mettre des double vitrage !

[En fait le rapport est plus grand à cause des échanges thermiques superficiels (échanges conducto-convectifs) entre l'air extérieur et intérieur et les vitres

↳ on a vu en TD (exo 3 – TD 4) que si on prend en compte ces échanges conducto-convectifs $\frac{\phi'}{\phi} \simeq 0,3$

↳ les pertes thermiques sont environ 3 fois plus faibles avec un double vitrage qu'avec un simple vitrage.]

III Limitation des surfaces vitrées

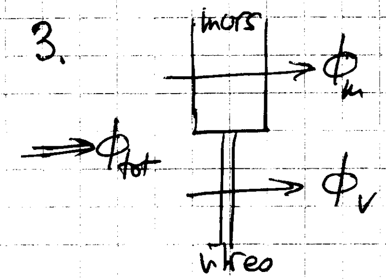
$S_v = x_v S_{tot}$

$S_m = S_{tot} - S_v = (1 - x_v) S_{tot}$

$R_v^{tot} = \frac{r_v}{S_v}$ et $R_m^{tot} = \frac{r_m}{S_m}$ résistances thermiques totales des surfaces vitrées et des murs.

1. $$\boxed{\phi_v = \frac{T_0 - T_{ext}}{R_v^{tot}} = \frac{S_v}{r_v}(T_0 - T_{ext})}$$

2. $$\boxed{\phi_m = \frac{T_0 - T_{ext}}{R_m^{tot}} = \frac{S_m}{r_m}(T_0 - T_{ext})}$$

3. 

$$\boxed{\phi_{tot}} = \phi_m + \phi_v = \left(\frac{S_m}{r_m} + \frac{S_v}{r_v}\right)(T_0 - T_{ext})$$

$$= \left(\frac{1 - x_v}{r_m} + \frac{x_v}{r_v}\right) S_{tot} (T_0 - T_{ext})$$

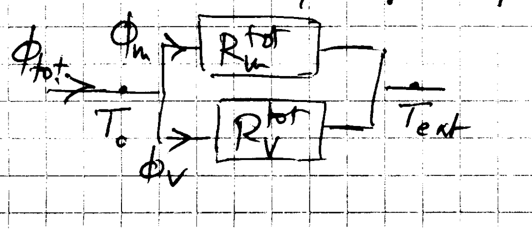
$$\boxed{= \left(\frac{r_m - r_v}{r_m r_v} x_v + \frac{1}{r_m}\right) S_{tot} (T_0 - T_{ext})}$$

or $r_m > r_v \Rightarrow \phi_{tot}$ bien une fct ~~croissante~~ affine croissante de x_v

↳ d'où l'intérêt de limiter les surfaces vitrées pour limiter les pertes thermiques.

[On retrouve bien la formule d'association de résistances thermiques en // : $\phi_{tot} = \frac{T_0 - T_{ext}}{R_{éq}^{tot}} = \frac{T_0 - T_{ext}}{R_v^{tot}} + \frac{T_0 - T_{ext}}{R_m^{tot}} \Rightarrow \frac{1}{R_{éq}^{tot}} = \frac{1}{R_v^{tot}} + \frac{1}{R_m^{tot}}$

soit le schéma électrique équivalent :



]

4. A.N : $\phi_{tot} = \left(\frac{1-x_v}{r_m} + \frac{x_v}{r_v} \right) S_{tot} \left(T_0 - T_{ext} \right)$

$= \left(\frac{0,7}{2} + \frac{0,3}{0,2} \right) \times 120 \times (292 - 273) = 4218 \text{ W}$