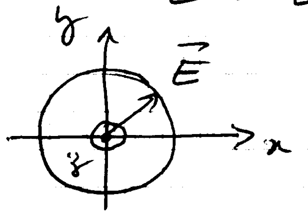
Ex 4 : Réflexion d'une OPPM polarisée circulairement sur un métal

1°) • OPPM polarisée circulairement : les 2 composantes transverses doivent avoir même amplitude et être en quadrature de phase

→ prenons OPPM se propageant selon $+\vec{u_z}$:

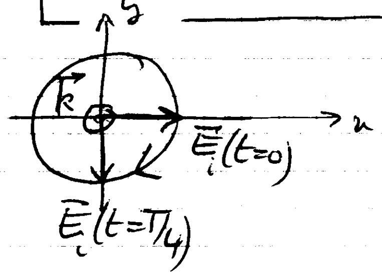
$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{u_x} \pm E_0 \sin(\omega t - kz)\,\vec{u_y} \quad \text{avec } k=\frac{\omega}{c}$$



$E_x^2+E_y^2=E_0^2$ → l'extrémité de $\vec{E}$ décrit bien un cercle.

• Pour connaître le sens droit ou gauche, on se place face à $\vec{k}$ et on trace $\vec{E}$ à $z=0$ pour 2 valeurs de t successives, $t=0$ et $t=\frac{T}{4}$ par ex.

→ pr $\boxed{\vec{E_i} = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{u_x} - E_0 \sin(\omega t - kz)\,\vec{u_y}}$ avec $k=\omega/c$



$\vec{E_i}$ tourne vers la droite qd $t\uparrow$

→ circulaire droite

2°) Relation de passage pour chp $\vec{E}$ à la surface du conducteur :

$$\vec{E}_{ext} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u_z} \quad \text{sur surface du conducteur}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{/\!/}(z=0,t) = 0 \quad \forall t$$

Passons en complexes : $\underline{\vec{E_i}} = E_0\, e^{i(\omega t - kz)}\,(\vec{u_x} + i\vec{u_y})$

et cherchons le chp réfléchi sous la forme d'une OPPM :

$$\underline{\vec{E_r}} = \underline{\vec{E_0}}'\, e^{i(\omega' t - \vec{k}'\cdot\vec{r})} \quad \text{avec } \|\vec{k}'\| = \frac{\omega'}{c} \text{ (car dans le vide)}$$

La relation de passage s'écrit donc :

$$\begin{cases} E_0 e^{i\omega t} + \underline{E'_{0x}}\, e^{i(\omega' t - k'_x x - k'_y y)} = 0 \\ i E_0 e^{i\omega t} + \underline{E'_{0y}}\, e^{i(\omega' t - k'_x x - k'_y y)} = 0 \end{cases} \quad \forall x, y, t$$

Pour que ces éq. soient vérifiées $\forall x, y$, il faut $k'_x = k'_y = 0$

$\forall t$, —— $\omega = \omega'$

et alors $\underline{E'_{0x}} = -E_0$

$\underline{E'_{0y}} = -iE_0$

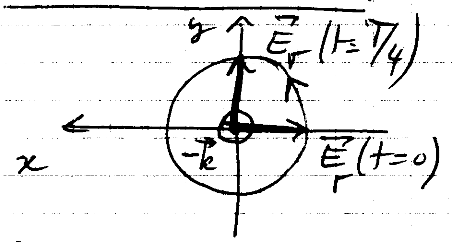
et $\vec{k}' = k' \vec{u}_z$ avec $|k'| = \frac{\omega}{c} \Rightarrow k' = \pm \frac{\omega}{c}$

or l'onde réfléchie se propage selon $-\vec{u}_z \Rightarrow k' = -\frac{\omega}{c} = -k$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}_r} = -E_0\, e^{i(\omega t + kz)} (\vec{u}_x + i \vec{u}_y)$$

soit $\boxed{\vec{E}_r = -E_0 \cos(\omega t + kz)\vec{u}_x + E_0 \sin(\omega t + kz)\vec{u}_y}$

• Polarisation de $\vec{E}_r$: circulaire

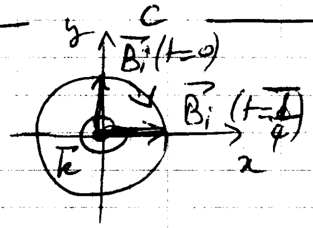


→ circulaire gauche

[le sens de polarisation est inversé car le vect. d'onde est inversé !]

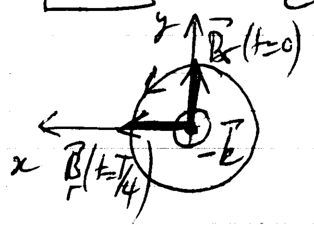
3°) Il s'agit d'OPPM → on a la relation de structure $\vec{B} = \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c}$
de le vide

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}_i = \frac{\vec{u}_z \wedge \vec{E}_i}{c} = \frac{E_0}{c}\left[\cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_y + \sin(\omega t - kz)\,\vec{u}_x\right]}$$



→ polarisation circulaire droite

et $\boxed{\vec{B_r} = -\frac{\vec{u_z}\wedge\vec{E_r}}{c} = \frac{E_0}{c}\left[\cos(\omega t+kz)\,\vec{u_y} + \sin(\omega t+kz)\,\vec{u_x}\right]}$



→ polarisation <u>circulaire gauche</u>

⇒ L'onde incide et réfléchie ont :

- même amplitude
- même pulsation
- des directions opposées
- des polarisations circulaires de sens opposé

et $\vec{E_i}$ et $\vec{E_r}$ sont en opposition de phase sur le plan $z=0$
$\vec{B_i}$ et $\vec{B_r}$ sont en phase sur le plan $z=0$

4°)
$$\boxed{\vec{E} = \vec{E_i} + \vec{E_r}} = E_0\left[\cos(\omega t-kz) - \cos(\omega t+kz)\right]\vec{u_x} - E_0\left[\sin(\omega t-kz) - \sin(\omega t+kz)\right]\vec{u_y}$$
$$\boxed{= 2E_0 \sin kz\left[\sin\omega t\,\vec{u_x} + \cos\omega t\,\vec{u_y}\right]}$$

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B_i} + \vec{B_r}} = \frac{E_0}{c}\left[\sin(\omega t-kz) + \sin(\omega t+kz)\right]\vec{u_x} + \frac{E_0}{c}\left[\cos(\omega t-kz) + \cos(\omega t+kz)\right]\vec{u_y}$$
$$\boxed{= \frac{2E_0}{c}\cos kz\left[\sin\omega t\,\vec{u_x} + \cos\omega t\,\vec{u_y}\right]}$$

⇒ l'onde em est <u>stationnaire</u>
$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont <u>parallèles</u> !
vibrent en phase
sont en quadrature spatiale.

5°) $\boxed{\vec{\Pi} = \dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0} = \vec{0}}$ car $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont parallèles.

→ l'énergie ne se propage pas de manière instantanée

[pour une polarisation rectiligne, $\vec{\Pi} \neq \vec{0}$ mais $\langle\vec{\Pi}\rangle = \vec{0}$]

∘ $\boxed{u = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \dfrac{B^2}{2\mu_0} = 2\varepsilon_0 E_0^2 \sin^2 kz + \dfrac{2E_0^2}{\mu_0 c^2}\cos^2 kz = 2\varepsilon_0 E_0^2}$

→ la densité d'énergie est cste et uniforme

6°) Ecrivons les relations de passage à la surface du conducteur:

$$\begin{cases} \vec{E}(z=0,t) = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u_z} \\ \vec{B}(z=0,t) = -\mu_0 \vec{j_S}\wedge\vec{u_z} \end{cases}$$

or $\vec{E}$ tangent à la surface $\Rightarrow \boxed{\sigma = 0}$

de + $\vec{u_z}\wedge\vec{B}(z=0,t) = -\mu_0\, \vec{u_z}\wedge(\vec{j_S}\wedge\vec{u_z})$

$= -\mu_0 \left(\underbrace{\vec{u_z}\cdot\vec{u_z}}_{=1}\,\vec{j_S} - \underbrace{\vec{u_z}\cdot\vec{j_S}}_{=0 \text{ car } \vec{j_S}}\,\vec{u_z}\right)$

$\Rightarrow \boxed{\vec{j_S} = -\dfrac{\vec{u_z}\wedge\vec{B}(z=0,t)}{\mu_0}}$

$= -\dfrac{2E_0}{\mu_0 c}\left[\sin\omega t\,\vec{u_y} - \cos\omega t\,\vec{u_x}\right]$

$\boxed{= 2\varepsilon_0 c E_0 \left[\cos\omega t\,\vec{u_x} - \sin\omega t\,\vec{u_y}\right]}$

$\vec{j_S} \parallel \vec{E_i}(z=0,t)$ ce qui est normal !

car c'est le chp $\vec{E_i}(z=0,t)$ qui met les électrons de conduction en mvt (la partie magnétique de la force de Lorentz est négligeable pour des charges non relativistes)

et c'est ce mvt qui, par rayonnement, est à l'origine de l'onde réfléchie !