CY Cergy Paris Université
Electromagnétisme 3
L3 - P/MP

2024-2025

TD n^{o}3 : Milieux diélectriques

Test de cours n°8 [*à faire à la maison, comprend aussi les milieux magnétiques*]

1. Qu'est-ce qu'on appelle charges liées et charges libres ? Quelles sont les densités volumiques de charges et de courant dans un milieu ? Distinguer les milieux conducteurs des milieux isolants électriques.

2. Qu'est-ce qu'un milieu diélectrique ? Et un milieu diélectrique parfait ?

3. Quels sont les différents processus de polarisation dans un diélectrique ?

4. Qu'est-ce qu'un milieu magnétique ?

5. Quels sont les différents processus d'aimantation dans un milieu magnétique ?

6. Quelle est la définition du vecteur polarisation $\vec{P}$? du vecteur aimantation $\vec{M}$?

7. Quelle est la distribution de charges et de courants de polarisation équivalente à un diélectrique de polarisation $\vec{P}$?
   Quelle est la distribution de courants d'aimantation équivalente à un milieu magnétique d'aimantation $\vec{M}$?

8. Expliquer qualitativement comment dans une plaque diélectrique initialement neutre, une polarisation uniforme perpendiculaire à la plaque engendre des charges de polarisation en surface ; et comment une polarisation non uniforme perpendiculaire à plaque peut également engendrer des charges de polarisation en volume.

9. Expliquer qualitativement comment dans une plaque magnétique, une aimantation uniforme perpendiculaire à la plaque engendre des courants d'aimantation en surface ; et comment une aimantation non uniforme perpendiculaire à plaque peut également engendrer des courants d'aimantation en volume.

10. Ecrire l'expression des potentiels créés par un milieu diélectrique de polarisation $\vec{P}$ et par un milieu magnétique d'aimantation $\vec{M}$ en régime statique.

11. Ecrire les équations de Maxwell dans un milieu quelconque possédant des charges et courants libres. Peut-on l'écrire uniquement en fonction des charges et courants libres ? Quel est l'intérêt de cette écriture ?

12. Donner la définition d'un milieu linéaire, homogène et isotrope (lhi). Donner les relations constitutives pour un milieu lhi diélectrique et magnétique.

13. Ecrire les équations de Maxwell dans un milieu lhi.
14. Donner la définition du vecteur de Poynting et de la densité volumique d'énergie électromagnétique dans un milieu quelconque. Que deviennent ces grandeurs dans le cas d'un milieu lhi ?

    Ecrire les formes locales et globales de l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique dans un milieu quelconque.
15. Quelles sont les permittivité et perméabilité relatives du vide ?
16. Que vaut la capacité d'un condensateur plan rempli avec un diélectrique lhi de permittivité ϵ ?
17. On rappelle l'expression de l'épaisseur de peau pour une onde électromagnétique de fréquence $f \leq 10^{12}$ Hz arrivant en incidence normale sur un conducteur de conductivité électrique γ :

    $$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$$

    Que devient cette expression si le conducteur est un milieu ferromagnétique lhi (ferromagnétique doux) comme par ex. le fer ?

    En déduire quel type de matériau il faut utiliser pour atténuer efficacement une onde électromagnétique de fréquence $f \leq 10^{12}$ Hz.
18. Pourquoi un matériau ferromagnétique canalise-t-il les lignes de champ magnétique ?

Ex. 1 : Sphère uniformément polarisée

Une sphère S de centre O et de rayon R, constituée d'un diélectrique linéaire, homogène et isotrope (lhi) de susceptibilité χ, est placée dans un champ électrique uniforme et statique $\vec{E}_0$: $\vec{E}_0 = E_0 \ \vec{u}_z$. Le vecteur polarisation qui en résulte est également supposé uniforme : $\vec{P} = P \ \vec{u}_z$. A l'extérieur de la sphère, le milieu est le vide.

1. Déterminer la répartition de la distribution des charges de polarisation.
2. Exprimer le potentiel créé par cette sphère uniformément polarisée sous la forme d'une intégrale de volume. Montrer que l'on peut faire apparaître dans cette intégrale le champ électrique d'une sphère uniformément chargée en volume *(méthode dite du champ auxiliaire)*.

   En déduire le potentiel et le champ électrostatiques créés par cette sphère en tout point de l'espace.
3. Calculer le champ électrique $\vec{E}_{int}$, les vecteurs polarisation et déplacement électrique $\vec{D}_{int}$ à l'intérieur de la sphère en fonction de ϵ_0, χ et $\vec{E}_0$.
4. Calculer les champs $\vec{E}_{\text{ext}}$ et $\vec{D}_{\text{ext}}$ à l'extérieur de la sphère.
5. Vérifier la relation de passage entre les deux milieux.

Ex. 2 : Condensateur plan avec diélectrique

Un diélectrique *lhi* de constante diélectrique ϵ est plongé dans le champ $\vec{E}_0$ d'un condensateur plan de surface S et d'épaisseur $e \ll \sqrt{S}$ et occupe tout l'espace entre les armatures. Ce champ $\vec{E}_0$ quasi uniforme (effets de bords négligeables) est donc responsable d'une polarisation $\vec{P}$ uniforme du diélectrique.

1. Déterminer les densités de charges de polarisation et le champ $\vec{E}_d$ créé par ces charges en fonction du vecteur polarisation. Pourquoi ce champ $\vec{E}_d$ est-il appelé champ dépolarisant ?
2. En déduire le champ électrique et le vecteur déplacement électrique qui règne entre les armatures du condensateur en fonction de la densité de charges libres σ_l sur l'armature positive et de ϵ.

   Etablir la relation qui lie σ_l à la densité de charges de polarisation σ_P du diélectrique du côté de l'armature négative. Laquelle de ces deux densités est la plus grande ?
3. Retrouver les expressions précédentes du champ électrique et du vecteur déplacement électrique directement, càd sans passer par les charges de polarisation.
4. Calculer la capacité de ce condensateur.

Ex. 3 : Indice d'un gaz d'hydrogène

Un gaz dilué contenant N atomes d'hydrogène par unité de volume est soumis à une onde visible de champ $\vec{E} = \vec{E}_0\ e^{i\omega t}$. Il est absorbant dans l'UV lointain pour une pulsation ω_0. Dans la mesure où la bande d'absorption est éloignée du domaine étudié, on peut négliger le terme d'amortissement dans le modèle de l'électron élastiquement lié et considérer que l'électron de masse m est lié au proton par une force de rappel $-m\omega_0^2\ \vec{r}$, où $\vec{r}$ est sa position.

Données : $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg ; $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J.K^{-1} ; UV lointains : $\lambda < 100$ nm.

1. Ecrire l'équation du mouvement de l'électron. En déduire l'expression du vecteur polarisation en régime forcé. On posera : $\omega_p^2 = Ne^2/\epsilon_0 m$.
2. Ecrire la dispersion de l'indice $n(\lambda)$ sous forme approchée, sachant que l'étude est faite dans le visible alors que le gaz d'hydrogène absorbe dans l'UV lointain. Montrer qu'elle s'écrit sous la forme : $n(\lambda) = 1 + a + b/\lambda^2$.
3. Expérimentalement, on établit la loi suivante pour ce gaz dans le visible :

   $$n(\lambda) = 1 + 1.36 \times 10^{-4} + \frac{1.06 \times 10^{-18}}{\lambda^2} \quad \text{où } \lambda \text{ est en m}$$

   En déduire la longueur d'onde d'absorption λ_0.

   Sachant que l'expérience est réalisée à l'aide d'une lampe spectrale à température $T = 300$ K, calculer la pression du gaz d'hydrogène dans l'ampoule.