CONCOURS NATIONAL DEUG

Epreuve commune concours Physique et concours Chimie

MECANIQUE

PARTIE I

Durée : 2 heures

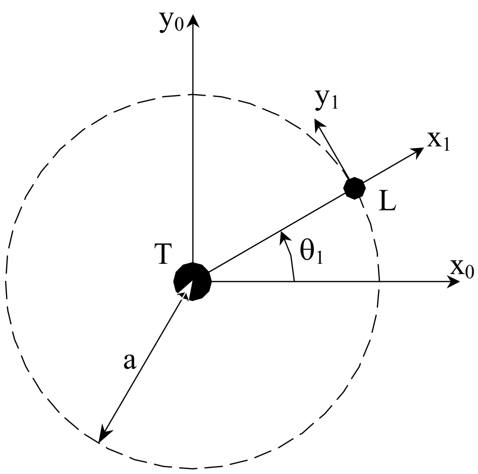
PARTIE I

Les calculatrices sont **autorisées**.

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Avertissement : Tous les résultats numériques sont demandés dans un format scientifique avec une précision au millième (exemple : $1{,}623.10^{-3}$) et en unité S.I., unité qui est à préciser.

Exercice 1 : Satellites sélénostationnaires



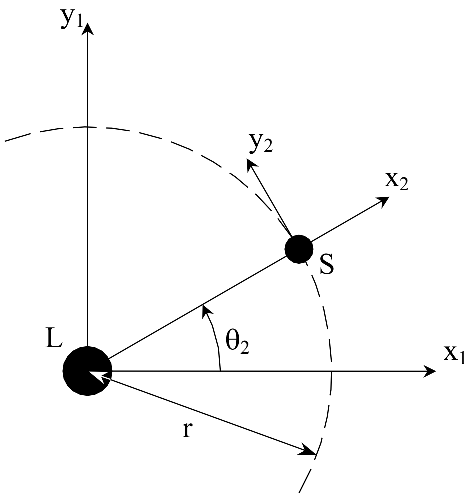
La lune *L* de masse *M* décrit autour de la terre *T* une orbite circulaire de rayon *a* et de centre *T*. La masse de la terre est *kM*.
Le référentiel $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(T, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$. Le référentiel $\Re_0$ est associé à la terre *T*.
On note $\Re_1$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(L, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ tel que $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_0}$. Le repère $(L, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$, lié rigidement à la lune *L*, se déduit à chaque instant de $(T, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ par une rotation d'angle θ_1 autour de l'axe $T\overrightarrow{z_0}$.

On négligera l'influence de tous les astres autres que la terre *T* et la lune *L*.
On note *G* la constante de gravitation universelle.

1.1 En appliquant le théorème de la résultante cinétique à la lune *L* en projection sur l'axe $T\overrightarrow{x_1}$, déterminer la vitesse de rotation $\omega_1 = \dot{\theta}_1$ de la lune *L* autour de la terre *T* en fonction de *a*, *k*, *G* et *M*.

1.2 En considérant une particule de masse m située sur l'axe à la distance x de la lune L, déterminer la position x du point d'équigravité du système terre-lune (point où les champs de gravitation de la lune L et de la terre T ont même intensité) en fonction de k et a.

1.3 Application numérique : Calculer x pour a = 384 400 km et k = 81.



On se propose de réaliser un satellite S sélénostationnaire, c'est-à-dire immobile par rapport à la surface de la lune L.
On note $\Re_2$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(S,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ tel que $\overrightarrow{z_2}=\overrightarrow{z_1}$.
Le repère $(S,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$, lié rigidement au satellite S, se déduit à chaque instant de $(L,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ par une rotation d'angle θ_2 autour de l'axe $L\overrightarrow{z_1}$.
On note m la masse du satellite S.

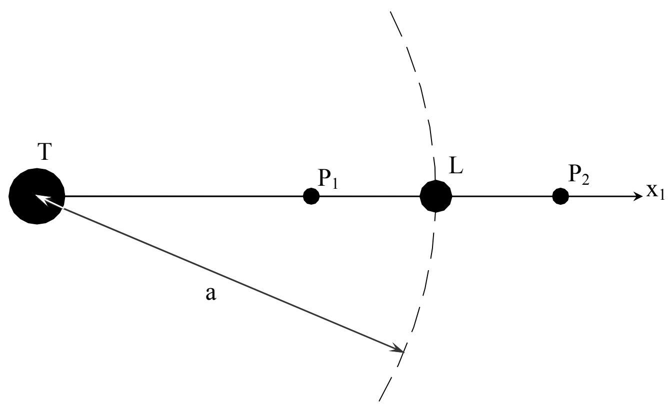
1.4 La lune L possède la même période de révolution T_0 autour de la terre T que sur elle-même.

En déduire une relation simple entre ω_1 et la vitesse de rotation $\omega_2=\dot{\theta}_2$ du satellite S autour de la lune L.

1.5 En considérant que le référentiel $\Re_1$ est galiléen et en supposant que l'on puisse négliger l'attraction terrestre, déterminer le rayon r de l'orbite du satellite S sélénostationnaire en fonction de k et a.

1.6 Application numérique : Calculer r pour a = 384 400 km et k = 81.

1.7 Que peut-on en conclure ?



Dans la suite de l'exercice, on ne néglige plus l'attraction terrestre.
Il existe sur la droite (TL) 2 points P_1 et P_2 tels qu'un satellite S de masse m placé en P_1 ou en P_2 accompagne la lune L dans son mouvement autour de la terre T en restant à une distance constante de la terre T et de la lune L.
On pose les distances $LP_1 = x_1 a$ et $LP_2 = x_2 a$.

1.8 Déterminer les équations que vérifient x_1 et x_2.

1.9 En considérant que x_1 et x_2 sont petits devant 1, déterminer complètement x_1 et x_2.

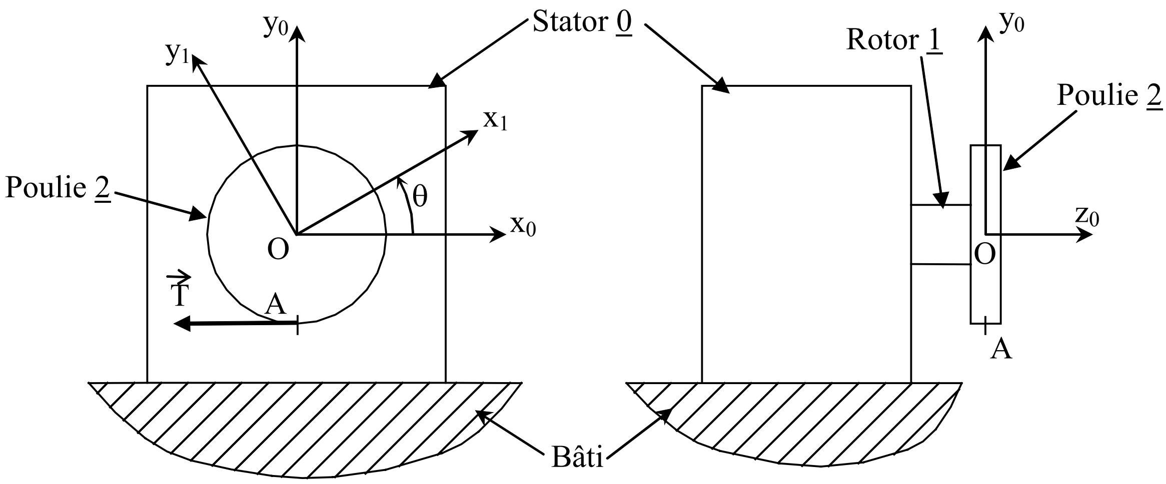
1.10 <u>Application numérique</u> : Calculer les distances LP_1 et LP_2 pour a = 384 400 km et k = 81.

Brusquement, la lune L perd sa vitesse orbitale et se met à chuter vers la terre T en utilisant une trajectoire elliptique.

1.11 A l'aide d'une loi de Kepler que vous expliciterez, déterminer la durée t de la chute en fonction de T_0.

1.12 <u>Application numérique</u> : Calculer la durée de la chute t pour T_0 = 27 jours 7 h 43 min 11 s.

Exercice 2 : Etude d'un moteur électrique



Un moteur électrique est constitué de 2 parties :

- un stator <u>0</u> qui est lié rigidement au bâti et qui reste fixe au cours du temps
- un rotor <u>1</u> qui est généralement animé d'un mouvement de rotation.

Le système (S) étudié ici est constitué du rotor <u>1</u> et d'une poulie <u>2</u> de rayon R. Le stator <u>0</u> entraîne le système (S) en rotation autour de l'axe .

Le système (S) possède une inertie J_{Oz} par rapport à l'axe $O\overrightarrow{z_0}$.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$.

Le référentiel $\Re_0$ est associé au stator <u>0</u>.

On note $\Re_1$ le référentiel rapporté au repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ tel que $\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_0}$. Le repère $(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$, lié rigidement au système (S), se déduit à chaque instant de $(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ par une rotation d'angle θ autour de l'axe $O\overrightarrow{z_0}$.

On s'intéresse tout d'abord au démarrage à vide du moteur. On désire que la vitesse de rotation $\omega=\dot{\theta}$ du système (S) par rapport au stator <u>0</u> atteigne la vitesse de fonctionnement ω_f en un nombre de tours N.

2.1 En supposant que le mouvement est uniformément accéléré au cours de cette phase, déterminer l'accélération angulaire $\dot{\omega}_1$ en fonction de ω_f et de N.

2.2 En appliquant le théorème du moment cinétique en projection sur l'axe $\overrightarrow{Oz_0}$ au système (S), déterminer le couple C_d nécessaire au démarrage du système (S) en fonction de ω_f, N et J_{Oz}.

2.3 <u>Application numérique</u> : Calculer l'accélération angulaire $\dot{\omega}_1$ et le couple C_d si $\omega_f = 314\,\text{rd/s}$, $N = 1800$ tours et $J_{Oz} = 0{,}068$ kg.m^2.

On étudie maintenant le démarrage en charge du moteur. Le stator <u>0</u> exerce sur le système (S) un couple constant $\overrightarrow{C_d} = C_d\,\overrightarrow{z_0}$. Les liaisons n'étant pas parfaites, il existe du frottement qui exerce sur le rotor <u>1</u> un couple résistant $\overrightarrow{C_f} = -C_f\,\overrightarrow{z_0}$. D'autre part, la poulie <u>2</u> entraîne une courroie. La courroie exerce donc au point A un effort tangentiel $\vec{T} = -T\overrightarrow{x_0}$ sur la poulie <u>2</u>.

2.4 Déterminer le couple $\overrightarrow{C_P}$ engendré par la courroie sur la poulie au point O.

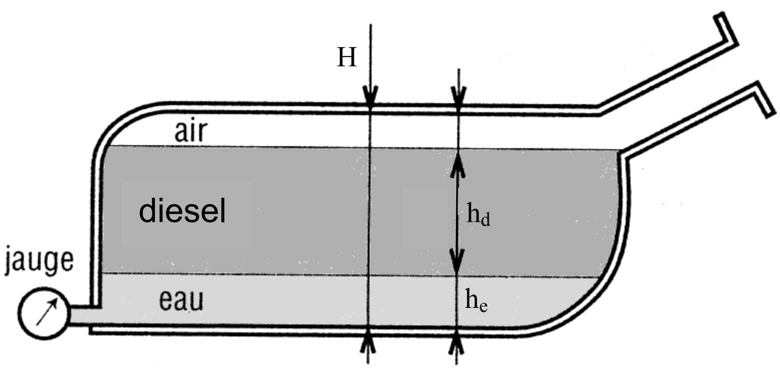
2.5 En utilisant le théorème du moment cinétique en projection sur l'axe, déterminer l'accélération angulaire $\dot{\omega}_2$ lors du démarrage en charge du moteur en fonction de J_{Oz}, C_d, C_f, T et R.

2.6 En déduire la durée t nécessaire pour que le moteur atteigne sa vitesse de fonctionnement ω_f.

2.7 <u>Application numérique</u> : Calculer la durée de démarrage t pour C_d = 17,8 mN, C_f = 0,16 mN, T = 78 N et R = 70 mm.

2.8 Que devient le couple moteur au moment où la vitesse de rotation atteint la vitesse de fonctionnement ω_f ?

Exercice 3 : De l'eau dans le diesel



Le principal danger pour les nouveaux moteurs diesel (HDI, TDI,…) est une forte présence d'eau dans le carburant.

L'indication de remplissage d'un réservoir de carburant est proportionnelle à la pression mesurée par une jauge placée au fond du réservoir.

L'eau, de densité plus élevée que le diesel, vient se loger au fond du réservoir, faussant ainsi la mesure prise par la jauge.

Le réservoir possède une hauteur totale H.

On note ρ_e la masse volumique de l'eau, ρ_d la masse volumique du diesel, g l'accélération de la pesanteur et p_a la pression atmosphérique.

3.1 Déterminer la pression $p_{\max}$ indiquée par la jauge lorsque le réservoir est rempli uniquement de diesel en fonction de p_a , ρ_d , g et H.

3.2 Le réservoir contient maintenant de l'eau sur une hauteur h_e, déterminer en fonction de ρ_e , ρ_d , h_e et H quelle est la hauteur h_d de diesel pour laquelle la jauge indique le plein du réservoir.

3.3 Application numérique : Calculer le taux de remplissage $T = 100\dfrac{h_d}{H}$ pour H = 250 mm, $h_e = 18\,\text{mm}$, ρ_e = 1000 kg/m^3 et ρ_d = 846 kg/m^3.

Fin de l'énoncé