

Corrigé de l'exo 3 de l'épreuve Méca I 2012

Le densimètre

3.1 La masse du densimètre vaut : $m = \rho_d V$

avec $\rho_d =$ masse volumique du densimètre

$$\text{or } d_0 = \text{densité du densimètre} = \frac{\rho_d}{\rho_0} \rightarrow \rho_d = \rho_0 d_0$$

$$\text{et } \boxed{m = \rho_0 d_0 V}$$

[Il y a une erreur (un oubli?) dans l'énoncé. Ils auraient dû écrire : "la densité d'un liquide ou d'un solide est le rapport de sa masse volumique ρ sur celle ρ_0 de l'eau"]

3.2 Le densimètre est plongé dans un liquide de densité $d = \rho/\rho_0$

$$\rightarrow \vec{P} = \text{puissance d'Archimède} = - \text{poide de vol. de liquide déplacé} \\ = - \rho g [V - sh] \vec{u}_z \quad (\text{avec } \vec{u}_z \text{ orienté vers le haut})$$

$$\rightarrow \boxed{P = \rho g [V - sh] = \rho_0 g d (V - sh)}$$

[$P = \|\vec{P}\|$ bien > 0 car $V > sh$ car densimètre immergé]

3.3 Le densimètre étouffé à l'équilibre, on a :

$$P = mg \Leftrightarrow \rho_0 g d (V - sh) = \rho_0 g d_0 V$$

$$\Leftrightarrow \boxed{d = \frac{V}{V - sh} d_0 = \frac{V/S}{V/S - h} d_0} \\ = \frac{H}{H - h} d_0$$

3.4 La densité d est mesurable si $0 < h < h_m$

$$\text{or } d(h) = \frac{H}{H - h} d_0 \text{ est une fct } \uparrow \left[d'(h) = H d_0 \left(\frac{1}{(H - h)^2} \right) = \frac{H d_0}{(H - h)^2} > 0 \right]$$

$$\Rightarrow d(0) < d(h) < d(h_m)$$

$$\Rightarrow \text{la densité est mesurable si } \boxed{d_0 < d < \frac{H}{H - h_m} d_0} \quad \left[\begin{array}{l} H > h_m \text{ car} \\ V > sh_m \end{array} \right]$$