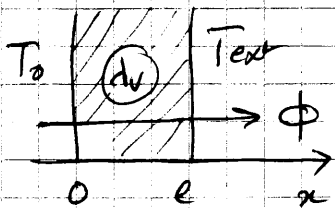


Corrigé de la partie A de l'épreuve Phys II - 2009

Par une maîtrise des pertes d'énergie à travers le tirage

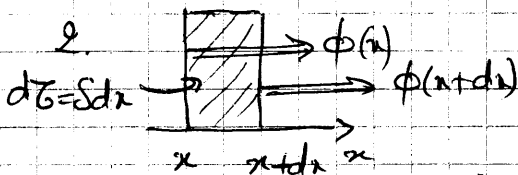
I. Simple tirage



$T_0 > T_{ext} \Rightarrow \vec{j}_H(x)$ selon $+\vec{e}_x$

transfert unidirectionnel en régime permanent: $T(x, t)$

1. $\int_S d\vec{S} \cdot \vec{j}_H(x) = \int_S j_H(x) \vec{e}_x \cdot dS \vec{e}_x = j_H(x) \int_S dS = j_H(x) S$



En régime permanent, il n'y a pas d'accumulation d'énergie dans le volume $d\vec{V}$

$\Rightarrow \delta Q_e = \delta Q_s$ soit $\phi(x) dt = \phi(x+dx) dt$

↑ énergie échangée à x pdt dt ↓ énergie échangée à $x+dx$ pdt dt

$\Rightarrow d\phi = 0 \Rightarrow \phi(x) = \text{cte} \Rightarrow j_H(x) = \text{cte}$ } $\Rightarrow \frac{dT}{dx} = \text{cte} = A$
 or d'après la loi de Fourier: $j_H(x) = -\lambda v \frac{dT}{dx}$ } en régime permanent

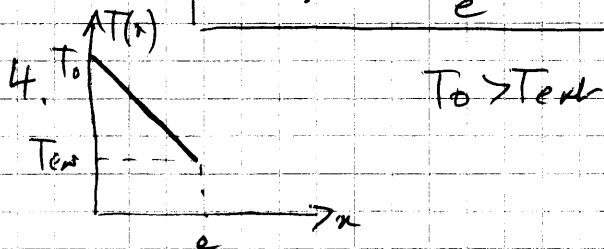
$\Rightarrow T(x) = Ax + B$ bien une fct affine de x

[On aurait pu utiliser l'eq. de diffusion: $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda v \Delta T = \lambda v \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$
 en régime permanent: $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow T(x) = Ax + B$]

3. $T(x=0) = T_0 \Rightarrow B = T_0$

$T(x=e) = T_{ext} \Rightarrow Ae + T_0 = T_{ext} \Leftrightarrow A = \frac{T_{ext} - T_0}{e}$

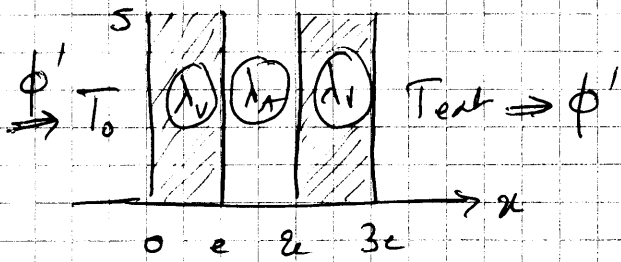
$\Rightarrow T(x) = \frac{T_{ext} - T_0}{e} x + T_0$ d'où la pente $\frac{T_{ext} - T_0}{e} < 0$



5. $R_H = \frac{T_0 - T_{ext}}{\phi}$ orcc $\phi = j_H S = -\lambda v \frac{dT}{dx} S = -\lambda v \frac{T_{ext} - T_0}{e} S$

$\Rightarrow R_H = \frac{T_0 - T_{ext}}{-\lambda v (T_{ext} - T_0) \frac{e}{S}} = \frac{e}{\lambda v S}$

II Avantage du double-étrage



$$1. \boxed{T_0 - T_{ext} = T_0 - T(x=e) + T(x=e) - T(x=2e) + T(x=2e) - T_{ext}}$$

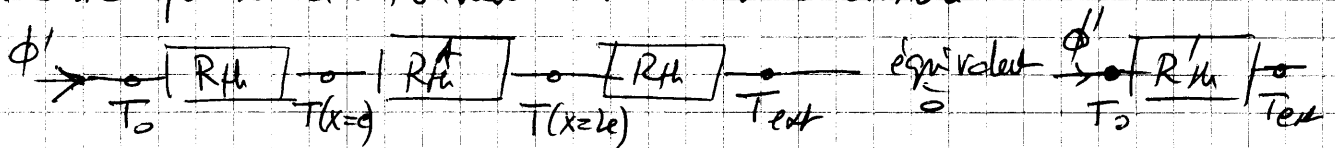
$$2. \hookrightarrow T_0 - T_{ext} = R_{th} \phi' + R_{th}^* \phi' + R_{th} \phi'$$

$$\text{avec } R_{th} = \frac{e}{\lambda \pi r S} \quad \text{et} \quad R_{th}^* = \frac{e}{\lambda \pi d S}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_0 - T_{ext} = \frac{e}{S} \left(\frac{2}{\lambda r} + \frac{1}{\lambda d} \right) \phi' = \frac{e}{S} \frac{2\lambda r + d r}{\lambda r d \lambda}}$$

$$3. \text{ Or } T_0 - T_{ext} = R'_{th} \phi' \Rightarrow \boxed{R'_{th} = 2R_{th} + R_{th}^* = \frac{e}{S} \frac{2\lambda r + d r}{\lambda r d \lambda}}$$

Le double-étrage est constitué de 3 résistances thermiques en série qui s'additionnent comme en électricité :



$$4. \text{ Par une surface } S = 1 \text{ m}^2, \quad \boxed{\Gamma_v = R'_{th}(S=1 \text{ m}^2) = \frac{e}{\lambda r d \lambda} \frac{2\lambda r + d r}{\lambda}}$$

$$5. \text{ A.N: a) } \Gamma_v = 5 \times 10^{-3} \frac{2 \times 2,6 \times 10^{-2} + 1,3}{1,3 \times 2,6 \times 10^{-2}} = 0,2 \text{ W}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$$

[on obtient bien la valeur donnée à la question III.4 ...]

$$\left[[R_{th}] = \left[\frac{\Delta T}{\phi} \right] = \theta \times P^{-1} \begin{array}{l} \text{dimension} \\ \text{d'une puissance} \end{array} \rightarrow \text{en W}^{-1} \text{ K} \text{ et } \Gamma_v = R'_{th} \times S \rightarrow \text{en W}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K} \right]$$

$$b) \boxed{\frac{\phi'}{\phi} = \frac{T_0 - T_{ext}}{R'_{th}} \frac{R_{th}}{T_0 - T_{ext}} = \frac{R_{th}}{R'_{th}} = \frac{\frac{e}{\lambda \pi r S}}{\frac{e}{S} \frac{2\lambda r + d r}{\lambda r d \lambda}} = \frac{\lambda d}{2\lambda r + d r}}$$

$$= \frac{2,6 \times 10^{-2}}{2 \times 2,6 \times 10^{-2} + 1,3} \approx \underline{\underline{0,02}}$$

$\phi' \approx \frac{\phi}{50}$: les pertes thermiques sont 50 fois + faibles avec un double-étrage qu'avec un simple-étrage \Rightarrow on a intérêt à mettre du double-étrage!

[En fait le rapport est plus grand à cause des échanges thermiques superficiels (échanges conducto-convectifs) entre l'air extérieur et intérieur et les vitres]

↳ on a vu en TD (exo 3-TD 4) que si on prend en compte les échanges conducto-convectifs $\frac{\phi'}{\phi} \approx 0,3$
 ↳ les pertes thermiques sont réduites de $\sim 30\%$ avec un double vitrage par rapport à un simple vitrage.]

III Limitation des surfaces vitrées

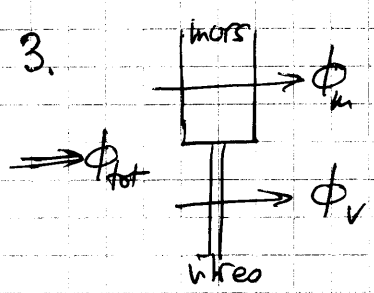
$$S_v = \alpha_v S_{tot}$$

$$S_m = S_{tot} - S_v = (1 - \alpha_v) S_{tot}$$

$$R_v^{tot} = \frac{\Gamma_v}{S_v} \quad \text{et} \quad R_m^{tot} = \frac{\Gamma_m}{S_m} \quad \text{résistances thermiques totales des surfaces vitrées et des murs.}$$

$$1. \quad \boxed{\phi_v = \frac{T_o - T_{ext}}{R_v^{tot}} = \frac{S_v}{\Gamma_v} (T_o - T_{ext})}$$

$$2. \quad \boxed{\phi_m = \frac{T_o - T_{ext}}{R_m^{tot}} = \frac{S_m}{\Gamma_m} (T_o - T_{ext})}$$



$$\boxed{\begin{aligned} \phi_{tot} &= \phi_m + \phi_v = \left(\frac{S_m}{\Gamma_m} + \frac{S_v}{\Gamma_v} \right) (T_o - T_{ext}) \\ &= \left(\frac{1 - \alpha_v}{\Gamma_m} + \frac{\alpha_v}{\Gamma_v} \right) S_{tot} (T_o - T_{ext}) \\ &= \left(\frac{\Gamma_m - \Gamma_v \alpha_v + \Gamma_v}{\Gamma_m \Gamma_v} \right) S_{tot} (T_o - T_{ext}) \end{aligned}}$$

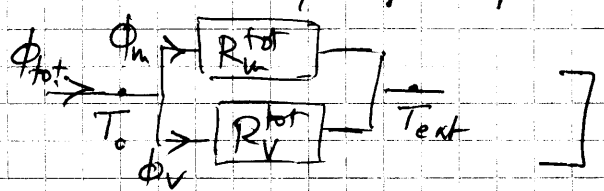
or $\Gamma_m > \Gamma_v \Rightarrow \phi_{tot}$ bien une fonction croissante affine croissante de α_v

↳ d'où l'intérêt de limiter les surfaces vitrées pour limiter les pertes thermiques.

[On retrouve bien la formule d'association de résistances thermiques

en // : $\phi_{tot} = \frac{T_o - T_{ext}}{R_{eq}^{tot}} = \frac{T_o - T_{ext}}{R_v^{tot}} + \frac{T_o - T_{ext}}{R_m^{tot}} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}^{tot}} = \frac{1}{R_v^{tot}} + \frac{1}{R_m^{tot}}$

soit le schéma électrique équivalent :



4. A.N.:

$$\underline{\underline{\phi_{tot}}} = \left(\frac{1-x_v}{\Gamma_m} + \frac{x_v}{r_v} \right) S_{tot} (T_a - T_{ext})$$

$$= \left(\frac{0,7}{2} + \frac{0,3}{0,2} \right) \times 120 \times (292 - 273) = \underline{\underline{4218 \text{ W}}}$$