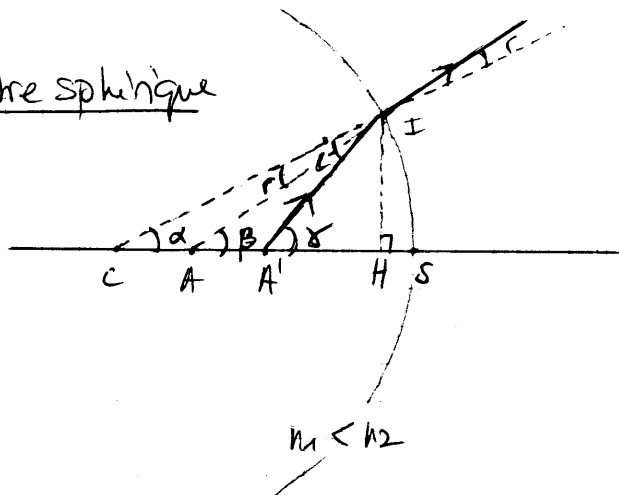


Démonstration du stigmatisme et de l'approximation des lentilles minces sphériques dans les conditions de Gauss

Le dioptre sphérique



$n_1 < n_2 \Rightarrow$ le rayon réfracté se rapproche de la \perp

Somme des angles dans les triangles

$$CA'I: \alpha + (\pi - \beta) + \gamma = \pi$$

$$\Leftrightarrow \gamma = \beta - \alpha \quad (1)$$

$$CAI: \alpha + (\pi - \gamma) + i = \pi$$

$$\Leftrightarrow i = \gamma - \alpha \quad (2)$$

Dans les conditions de Gauss : les angles α , β et γ sont petits

\Rightarrow on peut confondre H et S et assimiler les tangentes aux angles et sinus

La loi de Descartes en I devient :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma \quad \text{soit} \quad n_1 i \approx n_2 \gamma \quad (3)$$

$$\text{et } \tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{\overline{HI}}{\overline{CH}} \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{CS}}$$

$$\tan \beta \approx \beta \approx \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}} \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}}$$

$$\tan \gamma \approx \gamma \approx \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}} \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}}$$

Donc (1) devient : $\gamma \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}} - \frac{\overline{SI}}{\overline{CS}}$ et (2) : $i \approx \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}} - \frac{\overline{SI}}{\overline{CS}}$

Dans (3) : $n_1 \left(\frac{1}{\overline{AS}} - \frac{1}{\overline{CS}} \right) \approx n_2 \left(\frac{1}{\overline{AS}} - \frac{1}{\overline{CS}} \right)$

$$\text{soit } \boxed{\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}}$$

relation de conjugaison des dioptres sphériques dans les cond. de Gauss

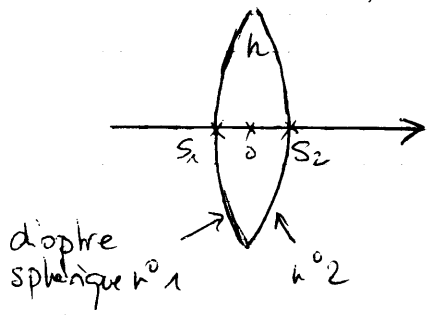
Valable aussi si dioptre convexe.

Rq: si $\overline{SC} \rightarrow -\infty$, on a un dioptre plan

$$\text{et on a } \frac{n_1}{\overline{SA}} \approx \frac{n_2}{\overline{SA'}}$$

rel. de conj. des dioptres plans dans les cond. de Gauss

• lentille mince sphérique d'indice n et entourée d'air.



$$\text{diopre } n^{\circ}1 : \frac{n}{S_1 A_1} - \frac{1}{S_1 A} = \frac{n-1}{S_1 C_1}$$

$$n^{\circ}2 : \frac{1}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_1} = \frac{1-n}{S_2 C_2}$$

La lentille étant mince, on peut confondre S_1, S_2 et O : $S_1 \approx S_2 \approx O$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{n}{OA_1} - \frac{1}{OA} &= \frac{n-1}{OC_1} \\ \frac{1}{OA'} - \frac{n}{OA_1} &= \frac{1-n}{OC_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = (n-1) \left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2} \right)$$

Soit $\boxed{\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}}$ ou $\boxed{V = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2} \right)}$

rel. de conjugaison des lentilles minces des cond de Gauss

formule des opticiens

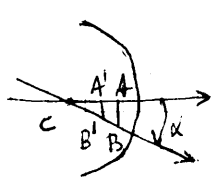
On peut mg m formule pr lentille divergente.

\Rightarrow On a donc stigmatisme approché dans les cond. de Gauss pr les diopres sphériques et les lentilles minces.

• Aplanétisme approché dans les cond. de Gauss.

le diopre sphérique a une sym. sphérique : il est invariant par rotation autour de son centre C

or si on fait une rotation de l'axe optique autour de C



$A \rightarrow B$ et $A' \rightarrow B'$ \Rightarrow B et B' conjugués si de cond. de Gauss
c'éd si l'angle de rotation α est petit

et alors les arcs de cercle AB et $A'B'$ sont approximativement des droites \perp axe optique $\Rightarrow AB$ et $A'B' \perp$ axe optique

\Rightarrow on a donc aplanétisme approché dans les cond. de Gauss pour les diopres sphériques et donc pr les lentilles minces

• Distances focales:

si l'objet est au foyer objet, son image est à l'infini:

$$F \xrightarrow{L} A'_{\infty}$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{OF} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \boxed{f' = -OF = -f}$$

• Leuhles convergents - divergents suivant leurs formes:

leuhle convergent si $f' > 0$ donc si $V > 0$

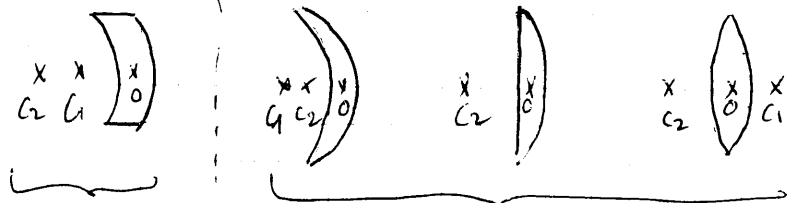
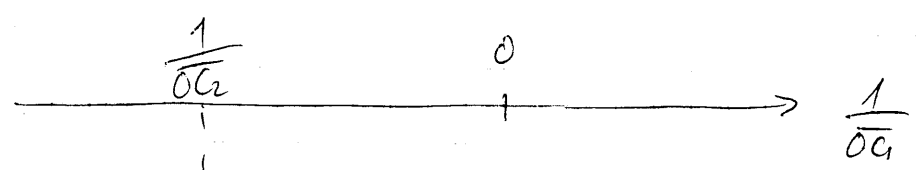
— divergent — $f' < 0$ — $V < 0$

on aura donc $V > 0$ si $\frac{1}{OC_1} > \frac{1}{OC_2}$

$V < 0$ $\frac{1}{OC_1} < \frac{1}{OC_2}$

Le cas suivant le signe de $\overline{OC_2}$:

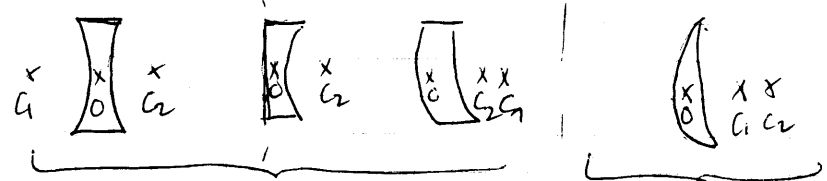
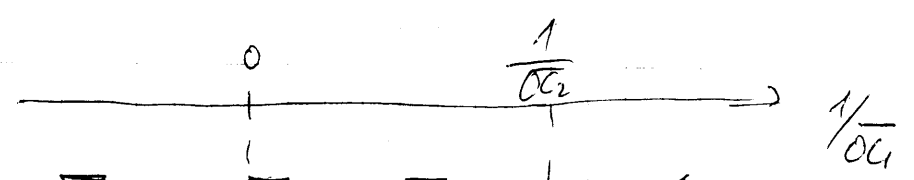
si $\overline{OC_2} < 0$:



$V < 0 \Rightarrow$ leuhle DV

$V > 0 \Rightarrow$ leuhles CV

si $\overline{OC_2} > 0$



$V < 0 \Rightarrow$ leuhle divergente

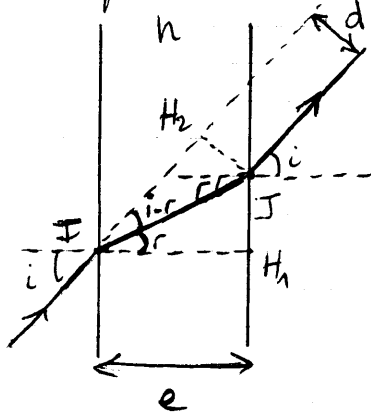
$V > 0 \Rightarrow$ leuhle CV

\Rightarrow les leuhles à bords minces sont convergentes
— à bords épais — divergentes

• Rayon passant par le centre optique dans les ond. de Gauss

4.

Dans les ond. de Gauss, les rayons sont proches de l'axe optique
 Or au voisinage de l'axe optique, les deux dioptries de la
 lentille peuvent être assimilés à des dioptries planes \Rightarrow la lentille
 est équivalente à une lame à faces parallèles au voisinage de l'axe
 optique.



$$\text{en I : } \sin i = n \sin r \quad (1)$$

$$\text{en J : } n \sin r = \sin i'$$

$$\text{or } r = r' \Rightarrow i = i'$$

le rayon ressort // au rayon incident

D'autre part :

$$\text{dans } I H_1 J : \cos r = \frac{I H_1}{I J} = \frac{e}{I J} \quad (2)$$

$$\text{dans } J H_2 K : \sin(i-r) = \frac{H_2 J}{I J} = \frac{d}{I J} \quad (3)$$

Dans les ond. de Gauss, les angles i et r sont petits

$$\Rightarrow (1) \text{ devient : } i \approx n r$$

$$(2) \text{ — } 1 \approx \frac{e}{I J} \Rightarrow I J \approx e$$

$$(3) \text{ — } i - r \approx \frac{d}{I J}$$

$$\Rightarrow i - \frac{i}{n} \approx \frac{d}{e} \Rightarrow \boxed{d \approx \left(1 - \frac{1}{n}\right) e i}$$

Comme la lentille est mince, le décalage d est négligeable

\Rightarrow un rayon passant par O n'est pas dévié par une lentille mince
 dans les ond. de Gauss