Concours L2-Deug 2013

Physique I : partie B

Partie B

Moment magnétique de spin de l'électron

Aucune connaissance spécifique au chapitre de mécanique n'est requise pour traiter cette partie : les quelques formules nécessaires sont rappelées.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$).
Tous les dispositifs décrits dans ce problème sont envisagés dans le vide, milieu de perméabilité magnétique μ_o.
La loi de Biot et Savart, qui permet un calcul direct du champ magnétique $\vec{B}$ créé par un courant filiforme d'intensité i, est rappelée ci-dessous.

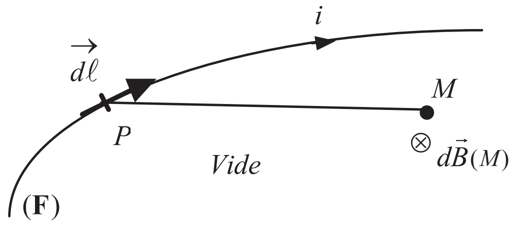

Figure **B.1**

L'élément infinitésimal $\vec{d\ell}$, centré au point P d'un circuit filiforme (**F**) parcouru par un courant d'intensité i, engendre, en tout point M de l'espace, le champ magnétique élémentaire $d\vec{B}(M)$ (figure **B.1**) :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_o\, i}{4\pi}\,\frac{\vec{d\ell}\ \Lambda\ \vec{PM}}{PM^3}$$

Pour faciliter les calculs, quelques outils sont rappelés :

Forme géométrique	Circonférence	Surface	Volume
Cercle de rayon r	$2\pi r$	πr^2	–
Sphère de rayon R	–	$4\pi R^2$	$(4/3)\pi R^3$

Intégrale : $\int_0^{\pi} \sin^3\theta\ d\theta = \dfrac{4}{3}$.

1. Une charge q positive est animée, dans un plan, d'un mouvement circulaire uniforme, de rayon r et de centre C. Sa vitesse angulaire de rotation est ω (rad s^{-1}) et la période de son mouvement s'écrit $T = 2\pi/\omega$, avec une vitesse associée $v = \omega r$. Ce dispositif est assimilable à une spire, de même rayon r et de centre C, parcourue par un courant d'intensité moyenne i (figure **B.2**). Exprimer, en fonction des grandeurs q et ω, l'intensité moyenne i du courant ainsi établi.

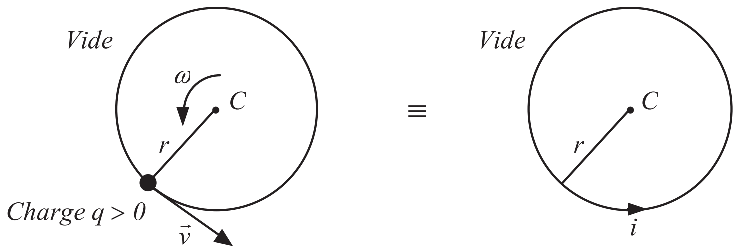

Figure **B.2**

2. Une spire d'axe $z'z$, de centre $C(0,0,z)$ et de rayon r, est parcourue par un courant d'intensité i constante et positive. Ce courant crée, sur l'axe $z'z$ et au point origine $O(0,0,0)$, un champ magnétique $\vec{B}(O)$.

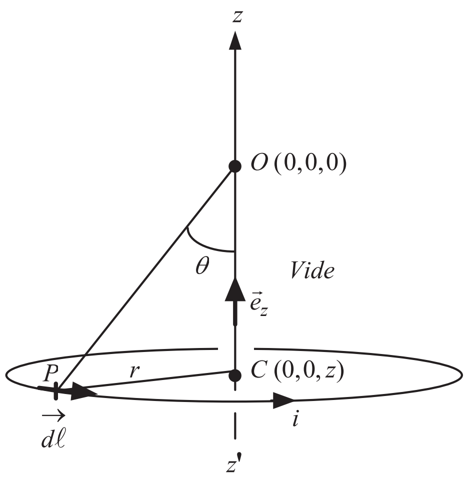

Figure **B.3**

a) Recopier sommairement la figure **B.3** en y dessinant le vecteur champ magnétique élémentaire $d\vec{B}(O)$ créé, au point O, par l'élément infinitésimal $d\vec{\ell}$ centré au point P, <u>puis</u> le champ magnétique résultant $\vec{B}(O)$ créé par la spire toute entière en ce même point O.

b) Comment expliquer simplement, en quatre lignes maximum, la direction de ce champ résultant $\vec{B}(O)$?

c) Déterminer, en fonction des grandeurs μ_o, i, r et θ (= angle $\widehat{COP}$), la norme $B(O)$ du champ magnétique résultant $\vec{B}(O)$.

3. Une sphère métallique <u>creuse</u>, notée (**S**), de rayon R et de centre O, portant une répartition surfacique de charge uniforme, constante et positive σ (unité : C m^{-2}), tourne, ainsi que les charges, autour de l'axe Oz avec une même vitesse de rotation ω. Il est supposé que la rotation ne perturbe pas la distribution de ces charges. La surface sphérique est décomposée en éléments de surface dS : couronnes d'axe Oz délimitées par les angles au centre θ et $\theta+d\theta$ (figure **B.4**).

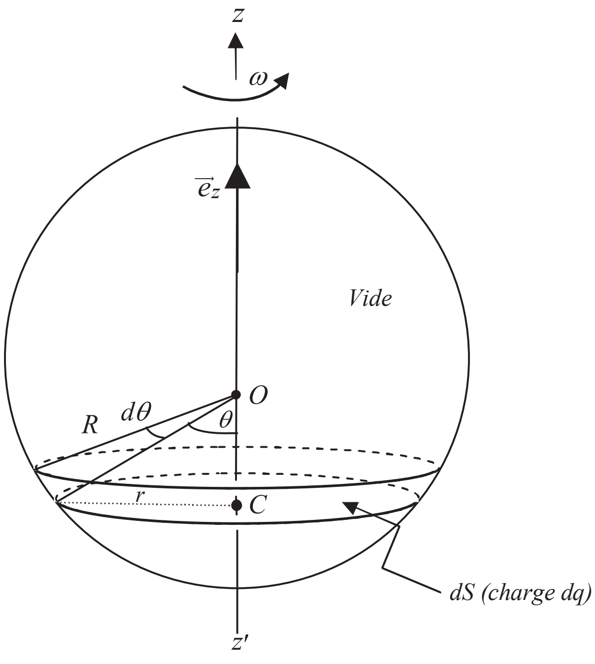

Figure **B.4**

a) Exprimer la surface élémentaire dS en fonction des grandeurs R, r et $d\theta$.

b) Du fait de la rotation de la sphère, le mouvement de la charge dq, portée par l'élément de surface dS, est assimilable à une spire parcourue par le courant d'intensité élémentaire di. Ecrire, en fonction de σ, ω, r, R et $d\theta$, l'expression de l'intensité di.

c) La boucle de courant élémentaire d'intensité di engendre, au point O, centre de la sphère, le champ élémentaire $d\vec{B}(O)$. Exprimer, en fonction des grandeurs μ_o, σ, ω, R, θ et $d\theta$, la norme $dB(O)$ du champ élémentaire $d\vec{B}(O)$.

d) En déduire l'expression vectorielle du champ résultant $\vec{B}(O)$.

e) Compte-tenu du sens de rotation de la sphère, la boucle de courant élémentaire, d'intensité di et de surface $S = \pi r^2$, présente le moment magnétique élémentaire $d\vec{M} = \pi r^2\, di\, \vec{e}_z$. En déduire, en fonction de σ, ω, R et $\vec{e}_z$, le moment magnétique résultant $\vec{M}$ de la sphère toute entière.

4. La sphère (**S**) est un modèle simplifié de l'électron, de charge totale surfacique $-e$.

a) Déterminer, en fonction de ω, e, R et $\vec{e}_z$, l'expression vectorielle du moment résultant $\vec{M}$.

b) Application numérique : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $(\omega R^2) = 1{,}8 \times 10^{-3}$ rad m^2 s^{-1}.
Calculer la norme M du moment magnétique de (**S**).

c) Comparer la valeur de M calculée précédemment (question **B.4.b**) à la valeur expérimentale $M_{exp} = 1{,}6 \times 10^{-23}$ A m^{-2} de l'électron.

d) Proposer, sans calcul, une amélioration possible du modèle.