Partie A
Transport de charges électriques

Un conducteur métallique cylindrique, d'axe $x'x$, dont les charges mobiles sont des électrons, de charge $q = -e$ et animés d'une vitesse d'ensemble (ou vitesse moyenne) $\vec{v}(t)$, est soumis à l'action d'un champ électrique uniforme constant $\vec{E}$, colinéaire et de même sens que le vecteur unitaire $\vec{e}_x$. Ce champ électrique est appliqué à partir de l'instant initial $t = 0$. Par ailleurs, les électrons subissent l'action d'une force de frottement de type fluide (modèle visqueux) $\vec{f} = -\dfrac{m}{\tau}\vec{v}(t)$, avec τ constante physique positive et m la masse de l'électron. Les forces de pesanteur sont négligées.

1. Les porteurs de charge atteignent, en régime permanent, une vitesse moyenne limite.

a) Rechercher l'unité ou la dimension de la constante τ.

b) En appliquant, à l'électron, le principe fondamental de la dynamique $m\dfrac{d\vec{v}(t)}{dt} = \sum \vec{f}_{i,ext}$ (ou seconde loi de Newton), établir une équation différentielle qui relie la vitesse $\vec{v}(t)$ au temps t.

c) La vitesse étant colinéaire au vecteur unitaire $\vec{e}_x$, établir l'expression de la vitesse algébrique v en fonction du temps t, sachant que dans ce mouvement, à l'instant initial, $v(t = 0)$ est nulle.

d) Montrer que $v(t)$ tend vers une valeur limite v_{lim}. En régime permanent, le vecteur vitesse s'écrit donc $\vec{v}\ (= \vec{v}_{lim}) = \mu\ \vec{E}$: exprimer μ, mobilité des porteurs de charge, en fonction des grandeurs m, e et τ.

e) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $v(t)$.

f) Application numérique : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ; $\tau = 3{,}0 \times 10^{-14}$ U.S.I. ; $E = 1{,}0 \times 10^{-1}$ V m^{-1}.

– Calculer v_{lim}.

– Calculer le temps au bout duquel v atteint la valeur $0{,}99\ v_{lim}$. Commenter ce résultat.

2. Les électrons possèdent la vitesse d'ensemble v_{lim} (régime permanent). $\vec{j}$, vecteur densité de courant électrique, est un vecteur de direction donnée par la vitesse moyenne des porteurs de charge et de norme la valeur absolue de la charge électrique traversant une surface unité, perpendiculaire à $\vec{v}$, par unité de temps. N^* est le nombre d'électrons mobiles par unité de volume, valeur uniforme dans le conducteur.

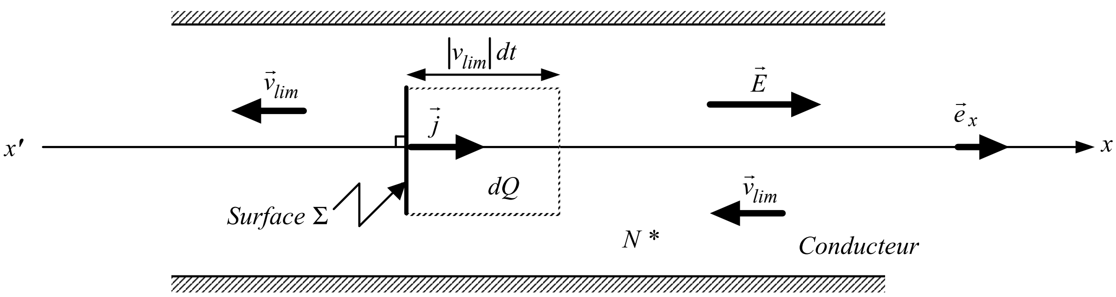

Figure **A.1**

a) Exprimer la charge électrique élémentaire $|dQ|$ qui traverse, pendant la durée dt, la surface plane Σ orthogonale au vecteur $\vec{v}_{lim}$ (figure **A.1**, page 2).

b) En déduire, en fonction de N^*, $|v_{lim}|$ et e, l'expression de la norme $\|\vec{j}\,\|$ du vecteur densité de courant.

c) Montrer que cette conduction électrique satisfait à la loi d'Ohm locale (ou microscopique) $\vec{j} = \sigma\,\vec{E}$, expression dans laquelle σ est la conductivité électrique du milieu. Exprimer la conductivité σ en fonction des grandeurs N^*, e, m et τ.

d) Application numérique : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ;
$\tau = 3{,}0 \times 10^{-14}$ U.S.I. ; $N^* = 8{,}5 \times 10^{28}$ électrons m^{-3}.

Calculer la conductivité σ du métal.

3. Un fil cylindrique métallique homogène **AB**, de section droite d'aire S constante et de longueur L, soumis à une tension $u = V_A - V_B$ positive, est parcouru par le courant d'intensité I en régime permanent (figure **A.2**).

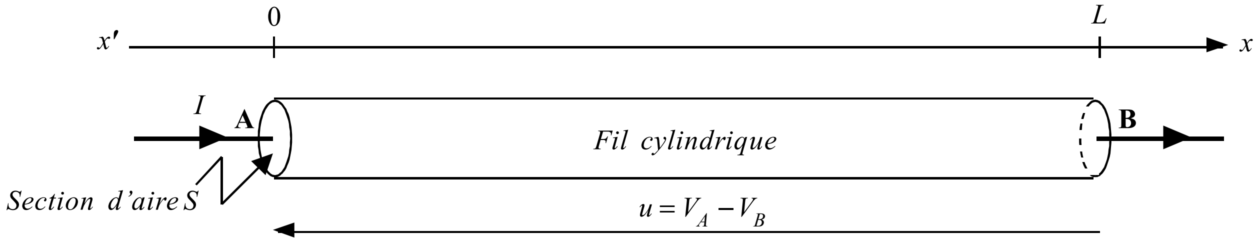

Figure **A.2**

a) Rappeler la relation entre le champ électrique $\vec{E}(M)$ et le potentiel $V(M)$. Ecrire cette expression dans le cadre d'une situation unidimensionnelle (variable x).

b) Sachant que l'intensité I représente le flux de $\vec{j} = \sigma\,\vec{E}$ à travers la section d'aire S, exprimer le gradient $\dfrac{dV(\mathrm{x})}{dx}$ en fonction de I, σ et S.

c) En déduire l'expression de la résistance électrique $R_{él}$ du fil **AB** (définie par la loi d'Ohm macroscopique $V_A - V_B = R_{él}\, I$), en fonction de σ, L et S.