

Concours L2-Deug 2013

Physique I : Partie C

Partie C

Vitesse d'évaporation

Le fond d'une éprouvette, long tube cylindrique vertical de section droite d'aire S constante, contient un peu d'eau pure liquide de masse molaire $M(H_2O)$. Ce récipient ouvert communique avec l'atmosphère extérieure, considérée comme un fluide gazeux sans turbulences.

L'évaporation lente de l'eau est liée à un phénomène stationnaire de diffusion unidimensionnelle (variable z) et unidirectionnelle (axe vertical ascendant Oz , de vecteur unitaire \vec{e}_z) de la vapeur d'eau à travers la colonne d'air contenue dans le tube vertical.

L'origine O ($z(O) = 0$) est choisie à l'interface liquide-vapeur (surface libre de l'eau) où intervient l'équilibre réversible de changement d'état $H_2O(\text{liq}) = H_2O(\text{vap})$. Bien que l'eau s'évapore progressivement, la variation de la masse liquide est négligée pour la durée de l'expérience. L'extrémité supérieure du tube est située à la hauteur h .

L'eau (vapeur ou liquide) et l'air (y compris à l'intérieur de l'éprouvette) sont maintenus à la température T_o et sous une pression totale P_o : l'évolution est isotherme et isobare (figure C.1, page 7). La pression partielle p_{H_2O} de l'eau, à l'extérieur du tube, tout comme au sommet ($z = h$) de la colonne d'air contenue dans l'éprouvette, est constante et vaut P_h . A la température T_o , la pression de vapeur saturante de l'eau vaut $P^*(T_o)$ et l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau s'écrit $\Delta_{vap}h(H_2O, T_o)$. La vapeur d'eau, ainsi que l'air, sont considérés comme des gaz parfaits (avec R constante du gaz parfait).

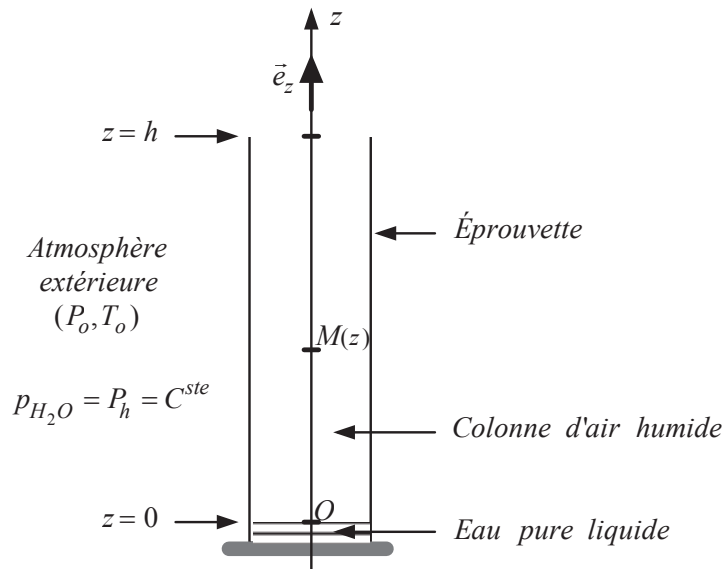


Figure C.1

La diffusion de la vapeur d'eau, soumise à la loi de Fick, présente une diffusivité D (ou coefficient de diffusion, positif et constant) et un vecteur densité de flux de molécules d'eau \vec{j}_D . En tout point $M(z)$ de la colonne d'air, où $N^*(z)$ (unité : molécules d'eau \cdot m $^{-3}$) est la densité volumique en molécules d'eau, cette loi s'écrit :

$$\vec{j}_D(M) = -D \overrightarrow{\text{grad}} N^*(z) = j_D(z) \vec{e}_z$$

Le régime de diffusion est permanent et quasi-stationnaire. Soit q_m , la masse d'eau évaporée par unité de temps.

Données : $M(H_2O) = 1,80 \times 10^{-2}$ kg mol $^{-1}$; $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol $^{-1}$; $R = 8,31$ J mol $^{-1}$ K $^{-1}$;
 $T_o = 315$ K ; $P^*(T_o) = 8,40$ kPa ; $P_h = 2,00$ kPa ; $\Delta_{vap}h(H_2O, T_o) = 2,40 \times 10^6$ J kg $^{-1}$;
 $S = 5,00 \times 10^{-3}$ m 2 ; $h = 1,00$ m ; $D = 3,00 \times 10^{-5}$ m 2 s $^{-1}$.

1. Densité volumique N^* des molécules d'eau et pression partielle p_{H_2O} .
 - a) Relier, en tout point M de l'espace, grâce à l'équation d'état du gaz parfait, la pression partielle $p_{H_2O}(M)$ à la densité volumique moléculaire $N^*(M)$.
 - b) A la surface libre de l'eau ($z = 0$), intervient l'équilibre réversible de changement d'état $H_2O(\text{liq}) = H_2O(\text{vap})$. Rappeler la relation simple qui existe entre la pression partielle $p_{H_2O}(z = 0)$ et la pression de vapeur saturante de l'eau $P^*(T_o)$.
 - c) Application numérique : calculer $N^*_o (= N^*(z = 0))$ et $N^*_h (= N^*(z = h))$.
2. Flux Φ de molécules d'eau à travers une section droite d'aire S .
 - a) Rappeler l'unité de j_D .
 - b) Il n'y a aucune accumulation de matière, à l'intérieur du tube, en un point $M(z)$ pour lequel $0 \leq z \leq h$. Quelle est alors la principale propriété du flux Φ ?
 - c) Donner la relation entre j_D , Φ et S .
3. Loi de répartition $N^*(z)$ des molécules d'eau de la colonne d'air humide à l'intérieur de l'éprouvette.
 - a) Relier les grandeurs $dN^*(z)$, dz , Φ , S et D par une équation différentielle.
 - b) Donner, en fonction des grandeurs N^*_o , N^*_h , D , S et h , une expression du flux Φ .

- c) En déduire la loi de répartition $N^*(z)$.
 - d) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $N^*(z)$ pour $0 \leq z \leq h$.
4. Vitesse d'évaporation.
- a) Relier, par une équation, la grandeur q_m (masse d'eau évaporée par unité de temps) au flux Φ .
 - b) Application numérique :
 - Calculer et exprimer q_m en kg s^{-1} , puis en g j^{-1} (1 j \equiv 1 jour).
 - En déduire la chaleur Q reçue, au cours de l'évaporation pendant une journée, par l'eau.
 - c) Comment faudrait-il choisir les dimensions (surface S et hauteur h) d'une nouvelle éprouvette, les autres paramètres demeurant inchangés, pour que soit doublée la vitesse d'évaporation q_m ?
 - d) Que se passerait-il si $P_h = P^*(T_o)$?

Fin de l'énoncé.